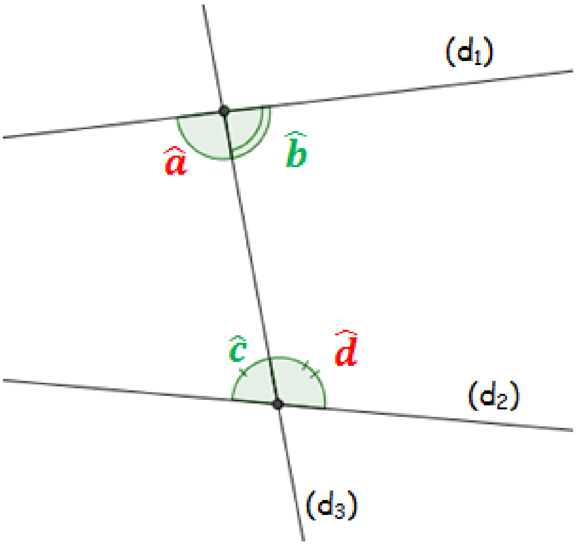
Angles alternes internes

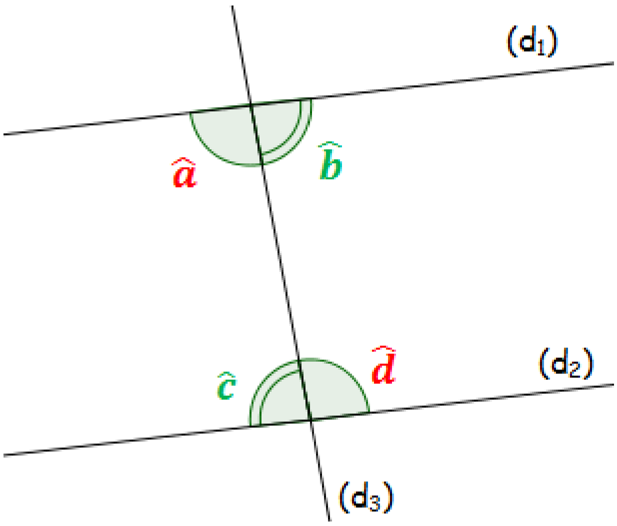
I. Vocabulaire : angles alternes internes



Deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (d_3) forment **deux paires d'angles alternes internes**

Les angles $\widehat{a}$ **et** $\widehat{d}$; $\widehat{b}$ **et** $\widehat{c}$ sont dits alternes internes pour les droites (d_1) et (d_2) et la sécante (d_3)

II. Propriétés des angles alternes internes



1. Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes internes qu'elles déterminent sont égaux.

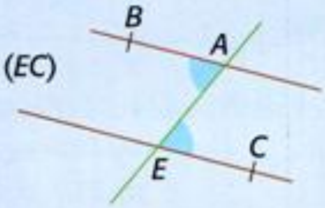
Si $(d_1) // (d_2)$ alors $\widehat{a} = \widehat{d}$ et $\widehat{b} = \widehat{c}$

Exemples de rédaction :

une MÉTHODE pour montrer que deux angles ont la même mesure

Montrer que les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{AEC}$ ont la même mesure.

(AB) // (EC)



On sait que les droites (*AB*) et (*EC*) sont parallèles et les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{AEC}$ sont alternes-internes. ← ❶ *On repère les deux droites parallèles et les deux angles.*

On utilise : « Si deux droites sont parallèles et qu'elles sont coupées par une sécante, alors les mesures des angles alternes-internes qu'elles déterminent sont égales. » ← ❷ *On énonce la propriété.*

Donc les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{AEC}$ ont la même mesure. ← ❸ *On conclut.*

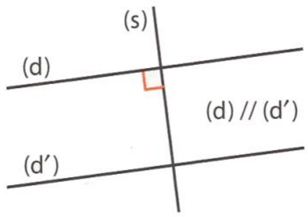
2. Cas particulier

Propriété

Si deux droites sont parallèles et si une droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

Les droites (d) et (d') sont parallèles et la droite (s) est perpendiculaire à (d). Donc elle est aussi perpendiculaire à (d').

Coupées par la droite (s), les droites parallèles (d) et (d') forment deux angles alternes-internes de même mesure.
Comme le premier angle mesure 90°, le second aussi.



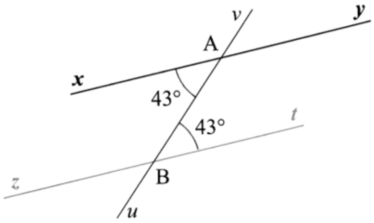
3. Propriété réciproque

Si deux droites (d_1) et (d_2) sont coupées par une sécante (d_3) en formant des angles alternes internes égaux alors les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

Exemple de rédaction :

Énoncé

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites (xy) et (zt) ?



Je sais que :

Les droites (xy) et (zt) sont coupées par la sécante (uv) et les angles $x\widehat{A}u$ et $v\widehat{B}t$ sont alternes internes et égaux.

J'utilise :

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes internes égaux alors ces droites sont parallèles.

Je conclus :

Les droites (xy) et (zt) sont parallèles.

4. Cas particulier

Propriété

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Les droites (d) et (d′) sont perpendiculaires à une même droite (s).
Ces deux droites sont donc parallèles.

Coupées par la droite (s), les droites (d) et (d′) forment deux angles alternes-internes, représentés en orange sur la figure, de même mesure : 90°.