

55 Calculer un coefficient de réduction ou d'agrandissement

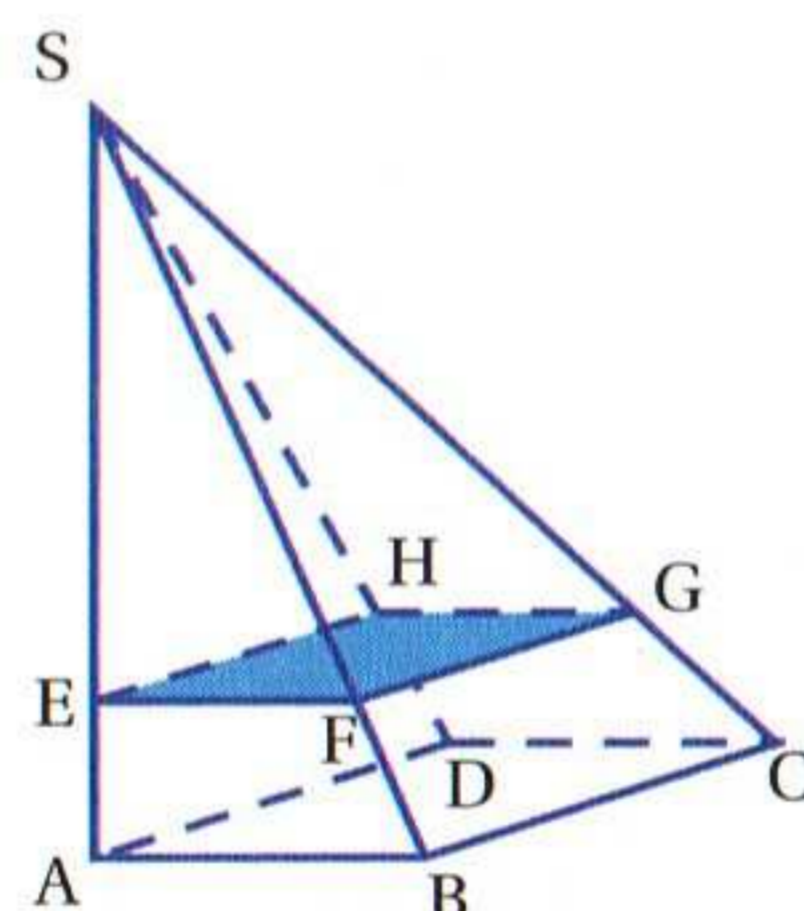
Quand on multiplie les longueurs d'une figure par un même coefficient, on obtient une figure réduite ou agrandie. Au Brevet, tu retrouveras souvent le théorème de Thalès pour calculer le coefficient et l'appliquer ensuite à un calcul d'aire ou de volume.

RETENIR L'ESSENTIEL

I Coefficient de réduction ou d'agrandissement

- Faire une **réduction** d'une figure, c'est multiplier toutes les longueurs par un même nombre positif k plus petit que 1. k est appelé coefficient de réduction.
- Faire un **agrandissement** d'une figure, c'est multiplier toutes les longueurs par un même nombre k plus grand que 1. k est appelé coefficient d'agrandissement.

Exemple : On donne $SA = 15$ cm et $SE = 12$ cm. La pyramide SEFGH est une réduction de la pyramide SABCD. Le coefficient de réduction est : $\frac{SE}{SA} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.



II Aire ou volume d'une figure réduite ou agrandie

1. Aire

Si une figure (F) est une réduction ou un agrandissement d'une figure (F') de coefficient k , alors l'aire de la figure (F) est égale au produit de l'aire de la figure (F') par le **coefficient k^2** .

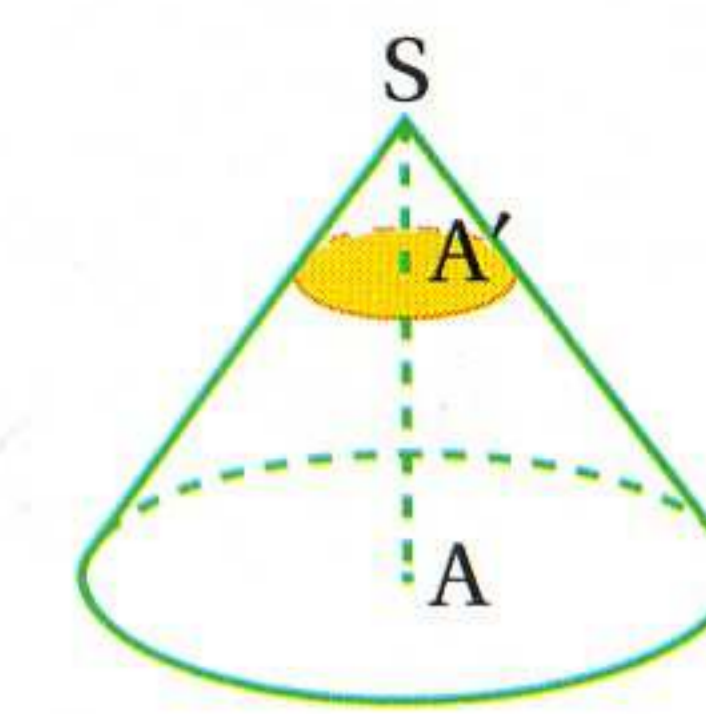
2. Volume

Si une figure (F) est une réduction ou un agrandissement d'une figure (F') de coefficient k , alors le volume de la figure (F) est égal au produit du volume de la figure (F') par le **coefficient k^3** .

ATTENTION !

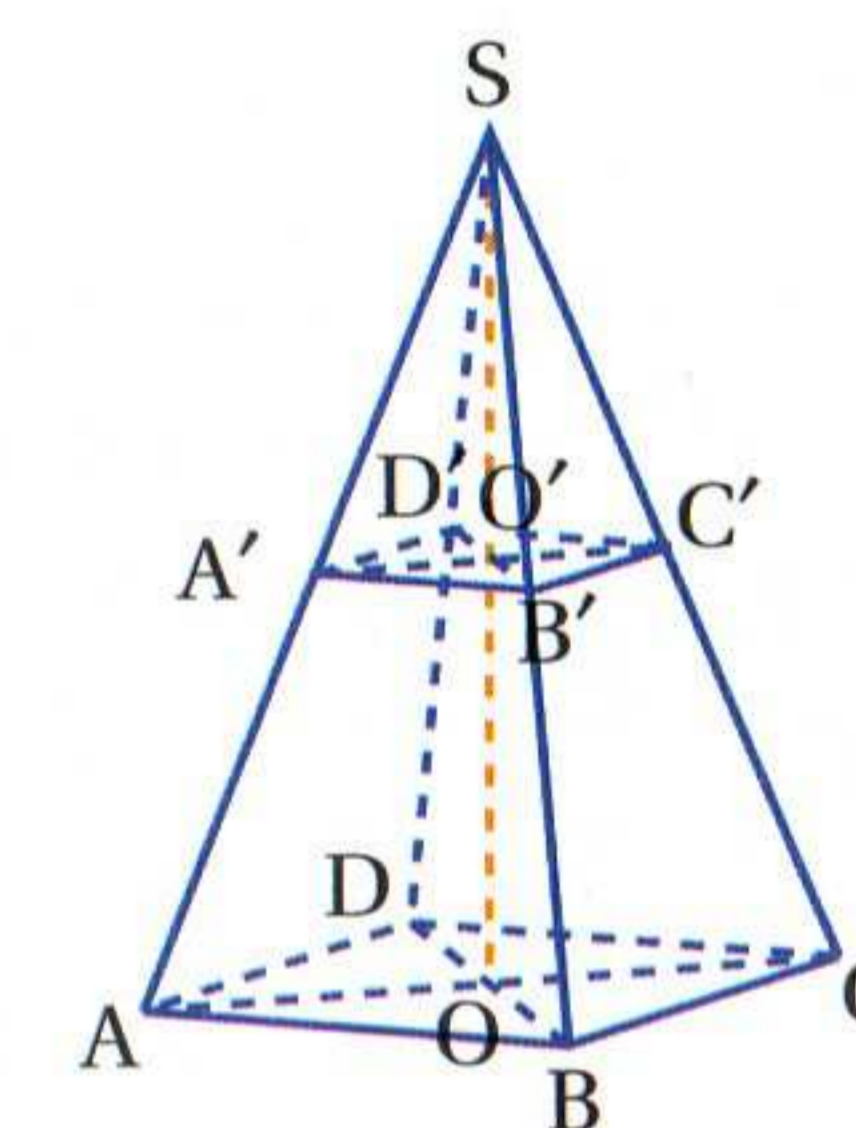
Quand on double les dimensions d'une figure, l'aire de cette figure est multipliée par 4 et son volume par 8.

Exemple : On sait que $SA = 6$ cm, $SA' = 2$ cm et que le volume du petit cône est 60 cm³ (la figure n'est pas en vraie grandeur). Le coefficient d'agrandissement est alors : $k = \frac{SA}{SA'} = \frac{6}{2} = 3$. Le volume du grand cône est : $60 \times 3^3 = 1620$ cm³.



APPLIQUER Calculer une aire, un volume d'une figure réduite

On considère la pyramide SABCD ci-contre : la base est le rectangle ABCD de centre O, $AB = 40$ cm, $AD = 30$ cm. La hauteur [SO] mesure 81 cm.



1. Calculer en cm³, le volume de la pyramide SABCD.
2. Soit O' le point de [SO] tel que $SO' = 54$ cm. On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à sa base.
 - a. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le coefficient de réduction.
 - b. Calculer l'aire du rectangle ABCD. En déduire celle du rectangle A'B'C'D'.
 - c. Quel est le volume de SA'B'C'D' ?

ATTENTION !

Vérifie que le coefficient de réduction est inférieur à 1.

Solution

1. Le volume de la pyramide SABCD est $V = \frac{40 \times 30 \times 81}{3} = 32\,400$ cm³.
2. a. Le coefficient de réduction est : $\frac{SO'}{SO} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$.
 - b. L'aire du rectangle ABCD est égale à $40 \times 30 = 1\,200$ cm². L'aire du rectangle A'B'C'D' est égale à $1\,200 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1\,600}{3}$ cm².
 - c. Le volume de SA'B'C'D' est égal à $32\,400 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 9\,600$ cm³.