SUJET 6 | Simplifier une fraction avant de calculer

DURÉE 10 MIN

→ **Fiche 5** Simplifier une fraction pour la rendre irréductible
→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Rendre irréductible la fraction $\frac{425}{100}$.

2. Calculer l'expression $A=\frac{425}{100}-\frac{3}{2}$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Cherche le PGCD de 425 et de 100. → Fiche 2

2. Remplace $\frac{425}{100}$ par la fraction simplifiée que tu as trouvée à la question précédente.

CORRIGÉ

1. On utilise l'algorithme d'Euclide pour trouver le PGCD de 425 et de 100. On a :

$425=100\times4+25$

$100=25\times4+0$.

Le dernier reste non nul est 25, donc le PGCD de 425 et de 100 est 25. On simplifie la fraction par 25 et on obtient :

$$\frac{425}{100}=\frac{17\times\cancel{25}}{4\times\cancel{25}}=\frac{17}{4}.$$

2. On remplace $\frac{425}{100}$ par la fraction simplifiée trouvée à la question précédente. On obtient : $A=\frac{17}{4}-\frac{3}{2}=\frac{17}{4}-\frac{6}{4}=\frac{11}{4}$.

MÉTHODE
Si c'est possible, simplifie les fractions avant d'effectuer un calcul.

SUJET 7 | Effectuer des calculs sur des fractions

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire

On pose : $A=\frac{7}{5}-\frac{9}{5}\times\frac{2}{21}$; $B=\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\div\frac{4}{13}$; $C=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\times\left(7+\frac{37}{9}\right)$.

Écrire A, B et C sous forme d'une fraction irréductible.

DÉMARRONS ENSEMBLE

- Pour calculer A, commence par la multiplication.
- Pour calculer B, commence par la division.
- Pour calculer C, commence par effectuer les calculs entre parenthèses.

CORRIGÉ

On calcule A. On a :

$$A=\frac{7}{5}-\frac{9}{5}\times\frac{2}{21}=\frac{7}{5}-\frac{9\times2}{5\times21}=\frac{7}{5}-\frac{3\times2}{5\times7}=\frac{49}{35}-\frac{6}{35}=\frac{43}{35}.$$

On calcule B. On a :

$$B=\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\div\frac{4}{13}=\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\times\frac{13}{4}=\frac{5}{7}-\frac{1\times13}{7\times2}=\frac{10}{14}-\frac{13}{14}=-\frac{3}{14}.$$

On calcule C. On a :

$$C=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\times\left(7+\frac{37}{9}\right)=\left(\frac{5}{20}-\frac{4}{20}\right)\times\left(\frac{63}{9}+\frac{37}{9}\right)=\frac{1}{20}\times\frac{100}{9}=\frac{5}{9}.$$

ATTENTION !
Vérifie que les fractions obtenues ne peuvent pas être simplifiées.

SUJET 8 | Résoudre un problème à l'aide des fractions

DURÉE 20 MIN

→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible : $A=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right)$.

2. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété au mois de janvier et les quatre cinquièmes du reste au mois de décembre.

a. Quelle fraction de la propriété a été vendue au mois de décembre ?

b. Quelle fraction de la propriété reste invendue après ces deux ventes ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Effectue d'abord la multiplication des deux fractions dans les parenthèses.

2. a. Un quart a été vendu au mois de janvier. Cherche la fraction de la propriété restante. Calcule alors les quatre cinquièmes de cette fraction.

b. Utilise le résultat trouvé à la question précédente.

CORRIGÉ

1. On calcule A :

$$A=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{\cancel{4}}\times\frac{\cancel{4}}{5}\right)=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\right)=1-\left(\frac{5}{20}+\frac{12}{20}\right)=\frac{20}{20}-\frac{17}{20}=\frac{3}{20}.$$

2. a. Le propriétaire a vendu un quart de sa propriété, donc il lui reste les trois quarts. Il vend les quatre cinquièmes du reste au mois de décembre, c'est-à-dire les quatre cinquièmes des trois quarts de sa propriété. On a : $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$.

b. Le propriétaire a vendu le quart, puis les trois cinquièmes de sa propriété, donc il lui reste : $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\right)$. On retrouve le calcul effectué à la question précédente. La fraction de la propriété restée invendue après ces deux ventes est donc $\frac{3}{20}$.

SUJET 9 | Reconnaître un inverse

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Calculer $A=\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$, puis $B=\frac{4}{3}-\frac{5}{2}$.

2. Calculer $A\times B$.

3. Les nombres A et B sont-ils inverses ? Pourquoi ?

MOT-CLÉ
Deux nombres non nuls sont **inverses** si leur produit est égal à 1.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Dans les deux calculs, le dénominateur commun est le produit des dénominateurs des deux fractions.
2. N'oublie pas d'indiquer le signe du résultat.
3. Tu connais le produit de deux inverses.

CORRIGÉ

1. On calcule A et B.

$$A=\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{3\times5}{4\times5}-\frac{2\times4}{5\times4}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}=\frac{15-8}{20}=\frac{7}{20}.$$

$$B=\frac{4}{3}-\frac{5}{2}=\frac{4\times2}{3\times2}-\frac{5\times3}{2\times3}=\frac{8}{6}-\frac{15}{6}=\frac{8-15}{6}=\frac{-7}{6}.$$

2. On calcule $A\times B$.

$$A\times B=\frac{7}{20}\times\frac{-7}{6}=\frac{7\times(-7)}{20\times6}=\frac{-49}{120}.$$

3. Le produit $A\times B$ n'est pas égal à 1, donc les nombres A et B ne sont pas inverses.

ATTENTION !
L'inverse de A est $\frac{20}{7}$ et l'inverse de B est $\frac{6}{-7}$.

SUJET 10 | Appliquer un programme de calcul

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 7** Conduire un calcul en respectant les règles de priorité

On donne le programme de calcul suivant :
- choisir un nombre ;
- multiplier ce nombre par 4 ;
- ajouter 6 ;
- écrire le résultat.

1. Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
a. le nombre choisi est 1,2 ;
b. le nombre choisi est x.

2. Quel nombre doit-on choisir pour que le résultat obtenu soit égal à 15 ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Écris les opérations dans l'ordre indiqué.
2. Commence par soustraire 6 à 15.

CORRIGÉ

1. a. On a : $1{,}2\times4=4{,}8$; $4{,}8+6=10{,}8$.

b. Avec le nombre x, on a : $4\times x+6=4x+6$.

2. On commence par soustraire 6 à 15. On obtient : $15-6=9$. On divise ce résultat par 4. On obtient : $9\div4=2{,}25$.
Le nombre choisi est 2,25.

MÉTHODE
L'opération réciproque de l'addition est la soustraction. Celle de la multiplication est la division.

SUJET 11 | Calculer avec des puissances et des fractions

DURÉE 10 MIN

→ Fiche 6 Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire
→ Fiche 8 Conduire un calcul avec des puissances

Prouver que $\dfrac{35\times10^{22}\times2\times\left(10^{-2}\right)^{6}}{42\times10^{10}}=\dfrac{5}{3}$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

Appelle A le membre de gauche de l'égalité, puis simplifie-le.
Regroupe les puissances de 10 ensemble.

CORRIGÉ

On a : $A=\dfrac{35\times10^{22}\times2\times\left(10^{-2}\right)^{6}}{42\times10^{10}}$

On regroupe les puissances de 10. On obtient :

$$A=\frac{10^{22}\times\left(10^{-2}\right)^{6}}{10^{10}}\times\frac{35\times2}{42}=\frac{10^{22}\times10^{-12}}{10^{10}}\times\frac{5\times\cancel{7}\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times3\times\cancel{7}}=\frac{\cancel{10^{10}}}{\cancel{10^{10}}}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{3}.$$

On a donc l'égalité $\dfrac{35\times10^{22}\times2\times\left(10^{-2}\right)^{6}}{42\times10^{10}}=\dfrac{5}{3}$.

ATTENTION !
On a : $\dfrac{10^{10}}{10^{10}}=1$.

SUJET 12 | Appliquer les règles de priorité

DURÉE 15 MIN

→ Fiche 7 Conduire un calcul en respectant les règles de priorité
→ Fiche 8 Conduire un calcul avec des puissances

On pose : $A=5^2+2^2\times9$; $B=\dfrac{3^2}{4+2^2}$; $C=5\times10^3-2\times10^2$.

Donner l'écriture décimale de ces trois nombres.

DÉMARRONS ENSEMBLE

Dans chaque calcul, effectue d'abord le calcul des puissances.

CORRIGÉ

- On calcule l'expression A en commençant par les deux carrés. On obtient :

$A=25+4\times9$.

La priorité est ensuite à la multiplication.

$A=25+36=61$.

- On calcule l'expression B. On obtient :

$B=\dfrac{9}{4+4}$.

La priorité est au calcul de la somme.

$B=\dfrac{9}{8}=1{,}125$.

- On calcule l'expression C. On obtient :

$C=5\times1\,000-2\times100=5\,000-200=4\,800$.

ATTENTION !
Un entier est un nombre décimal particulier.

SUJET 13 | Calculer des écritures fractionnaires et des puissances

DURÉE 25 MIN

→ **Fiche 2** Calculer un PGCD
→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire
→ **Fiche 8** Conduire un calcul avec des puissances

1. Effectuer les quatre calculs suivants, chaque résultat sera donné sous la forme d'un entier.

a. $\dfrac{3{,}9\times\left(10^{-2}\right)^2}{3\times10^{-5}}$.

b. Trouver le plus grand diviseur commun de 35 et 12.

c. $\left(2+\dfrac{2}{3}\right)\div\left(\dfrac{4}{5}-\dfrac{2}{3}\right)$.

d. $(-12+9)-(-5-2\times3)$.

2. On construit un codage de la façon suivante :

Nombres entiers	1	2	...	...	...	26
Codes	A	B	...	...	...	Z

a. Quel est le code de 13 ?

b. Quel est le mot formé en codant les quatre résultats de la première question ? Si les calculs sont exacts, on doit trouver un mot de circonstance.

ATTENTION !
En mathématiques, des points de suspension signifient que l'on poursuit l'écriture des nombres ou des lettres comme on l'a commencée.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Chaque calcul donne un entier positif.
2. Complète le tableau : les pointillés signifient que l'on écrit toutes les lettres de A à Z et tous les nombres de 1 à 26.

CORRIGÉ

1. a. $\dfrac{3{,}9\times\left(10^{-2}\right)^2}{3\times10^{-5}}=\dfrac{3{,}9\times10^{-4}}{3\times10^{-5}}=1{,}3\times10^{-4+5}=1{,}3\times10=13.$

b. Les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6, 12. Les diviseurs de 35 sont 1, 5, 7, 35. Leur plus grand diviseur commun est 1.

c. $\left(2+\dfrac{2}{3}\right)\div\left(\dfrac{4}{5}-\dfrac{2}{3}\right)=\left(\dfrac{6}{3}+\dfrac{2}{3}\right)\div\left(\dfrac{12}{15}-\dfrac{10}{15}\right)=\dfrac{8}{3}\div\dfrac{2}{15}=\dfrac{8}{3}\times\dfrac{15}{2}=20.$

d. $(-12+9)-(-5-2\times3)=-3-(-5-6)=-3-(-11)=-3+11=8.$

2. a. La treizième lettre de l'alphabet est M. Le code de 13 est M.

b. Le code de 13 est M, celui de 1 est A, celui de 20 est T et celui de 8 est H. On obtient le mot MATH.

SUJET 14 | Effectuer un calcul et donner l'écriture scientifique d'un nombre

DURÉE 10 MIN

→ **Fiche 6** Effectuer des opérations sur des nombres relatifs en écriture fractionnaire
→ **Fiche 9** Donner l'écriture scientifique d'un nombre

Les deux questions suivantes sont indépendantes l'une de l'autre.

1. On pose : $A=\left(\dfrac{11}{2}-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{8}{7}$. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Donner l'écriture scientifique des deux nombres suivants :
$B=143{,}34$ et $C=0{,}004\,56$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Calcule la différence des deux fractions à l'intérieur des parenthèses.
2. Observe que $143{,}34 = 1{,}433\,4\times0{,}01$.

CORRIGÉ

1. Le dénominateur commun aux deux fractions entre parenthèses est 6. On obtient :

$$A=\left(\frac{33}{6}-\frac{4}{6}\right)\times\frac{8}{7}=\frac{29}{6}\times\frac{8}{7}.$$

On simplifie avant de multiplier.

$$A=\frac{29\times(\cancel{2}\times2\times2)}{(\cancel{2}\times3)\times7}=\frac{116}{21}.$$

2. On a : $B=1{,}433\,4\times0{,}01=1{,}433\,4\times10^{-2}$.
L'écriture scientifique de B est $1{,}433\,4\times10^{-2}$.
On a : $C=4{,}56\times0{,}001=4{,}56\times10^{-3}$.
L'écriture scientifique de C est $4{,}56\times10^{-3}$.

ATTENTION !
Dans l'écriture scientifique d'un nombre positif, le nombre a devant la puissance de 10 est tel que $1\leqslant a<10$.

SUJET 15 | Écriture décimale, scientifique d'un nombre

DURÉE 15 MIN

→ Fiche 9 Donner l'écriture scientifique d'un nombre

On donne l'expression numérique : $A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$.

1. Donner l'écriture décimale de A.

2. Donner l'écriture scientifique de A.

3. Écrire A sous la forme du produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

4. Écrire A sous la forme de la somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Écris A sous la forme d'un nombre à virgule.
2. Utilise l'écriture de A trouvée à la question précédente.
3. Un entier est un nombre qui peut s'écrire sans virgule.
4. Décompose le nombre trouvé à la première question sous la forme d'une somme de sa partie entière et de sa partie décimale. Simplifie la fraction représentant la partie décimale.

CORRIGÉ

1. On a : $A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$

$A = 2 \times 100 + 10 + 0{,}1 + 2 \times 0{,}01 = 200 + 10 + 0{,}1 + 0{,}02 = 210{,}12$.

L'écriture décimale de A est 210,12.

2. On a : $A = 210{,}12 = 2{,}101\,2 \times 100 = 2{,}101\,2 \times 10^2$.

L'écriture scientifique de A est $2{,}101\,2 \times 10^2$.

3. On a : $A = 210{,}12 = 21\,012 \times 0{,}01 = 21\,012 \times 10^{-2}$.

L'écriture de A sous la forme du produit d'un nombre entier par une puissance de 10 est $21\,012 \times 10^{-2}$.

4. On a : $A = 210{,}12 = 210 + 0{,}12 = 210 + \dfrac{12}{100}$

$$= 210 + \frac{3 \times 4}{25 \times 4} = 210 + \frac{3}{25}.$$

L'écriture de A sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1 est $210 + \dfrac{3}{25}$.

ATTENTION ! Une fraction est plus petite que 1 si son numérateur est plus petit que son dénominateur.