SUJET 34 | Résoudre une équation

DURÉE 10 MIN

→ **Fiche 17** Résoudre une équation du premier degré
→ **Fiche 18** Résoudre une équation produit ou une équation du type $x^2 = a$

1. Résoudre l'équation : $(x+2)(3x-5)=0$.

2. Résoudre l'équation : $x+2(3x-5)=0$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Tu reconnais une équation produit.
2. Développe d'abord $2(3x-5)$.

CORRIGÉ

1. On résout l'équation produit $(x+2)(3x-5)=0$. On obtient :
$x+2=0$ ou $3x-5=0$, soit $x=-2$ ou $x=\dfrac{5}{3}$.
Cette équation produit a pour solutions -2 et $\dfrac{5}{3}$.

2. On résout l'équation $x+2(3x-5)=0$. Ce n'est pas une équation produit. On développe et on obtient :
$x+6x-10=0$. Soit $7x=10$.
Donc $x=\dfrac{10}{7}$.
Cette équation a pour solution $\dfrac{10}{7}$.

ATTENTION !
Une équation produit possède deux couples de parenthèses.

SUJET 35 | Résoudre une équation produit

DURÉE 10 MIN

→ **Fiche 18** Résoudre une équation produit ou une équation du type $x^2 = a$

On donne l'expression : $A=9x^2-49+(3x+7)(2x+3)$.

1. Factoriser l'expression A sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

2. Résoudre l'équation : $A=0$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Commence par factoriser $9x^2-49$: c'est la différence de deux carrés.
2. Utilise la forme factorisée de A. C'est une équation produit : elle a deux solutions.

CORRIGÉ

1. On factorise l'expression A en commençant par factoriser $9x^2-49$:
$A=9x^2-49+(3x+7)(2x+3)=(3x-7)(3x+7)+(3x+7)(2x+3)$
$A=(3x+7)[(3x-7)+(2x+3)]=(3x+7)(5x-4)$.

2. Pour résoudre l'équation $A=0$, on utilise la forme factorisée de A. On a donc :
$(3x+7)(5x-4)=0$.
$3x+7=0$ ou $5x-4=0$
$3x=-7$ ou $5x=4$
$x=-\dfrac{7}{3}$ ou $x=\dfrac{4}{5}$.
Les solutions de l'équation $A=0$ sont donc $-\dfrac{7}{3}$ et $\dfrac{4}{5}$.

MÉTHODE
Un produit de facteurs est null si et seulement si l'un des facteurrs est nul.

SUJET 36 | Résoudre une inéquation

DURÉE 15 MIN

→ Fiche 19 Résoudre une inéquation

Soit $D = \dfrac{4x+2}{5}$.

1. Calculer D pour $x = \dfrac{3}{4}$. Ce nombre est-il solution de l'inéquation $\dfrac{4x+2}{5} < 3$?

2. Résoudre l'inéquation $\dfrac{4x+2}{5} < 3$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Remplace x par $\dfrac{3}{4}$ dans l'expression $4x + 2$, puis divise par 5.
2. Commence par multiplier les deux membres de l'inéquation par 5.

CORRIGÉ

1. On a : $D = \dfrac{4 \times \dfrac{3}{4} + 2}{5} = \dfrac{3+2}{5} = 1$.

Et $1 < 3$. Donc $\dfrac{3}{4}$ est solution de l'inéquation.

2. On résout l'inéquation : $\dfrac{4x+2}{5} < 3$.

Soit $5 \times \dfrac{4x+2}{5} < 3 \times 5$; $4x+2 < 15$; $4x < 13$. Donc $x < \dfrac{13}{4}$.

Les solutions sont les nombres strictement inférieurs à $\dfrac{13}{4}$.

On obtient la représentation graphique ci-dessous :

ATTENTION ! Pense à mettre correctement le crochet.

SUJET 37 | Résoudre un problème à l'aide d'une inéquation

DURÉE 20 MIN

→ Fiche 19 Résoudre une inéquation
→ Fiche 20 Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

1. a. 60 est-il solution de l'inéquation $2,5x - 75 > 76$?

b. Résoudre l'inéquation et représenter les solutions sur un axe.

Hachurer la partie de l'axe qui correspond aux solutions.

2. Pendant la période estivale, un marchand de glaces a remarqué qu'il dépensait 75 € par semaine pour faire, en moyenne, 150 glaces.

Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre de glaces, au minimum, dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

Expliquer la démarche.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. a. Remplace x par 60 dans l'expression $2,5x - 75$. Compare ce résultat avec 76.
b. Commence par ajouter 75 aux deux membres de l'inéquation.
2. Appelle x le nombre de glaces vendues. Exprime en fonction de x le prix de ces x glaces.

CORRIGÉ

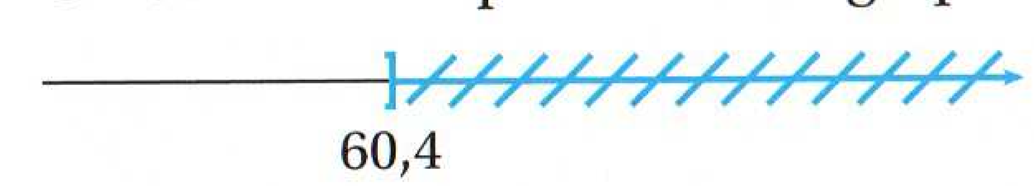
1. a. On a : $2,5 \times 60 - 75 = 75$. Or $75 < 76$, donc 60 n'est pas solution de l'inéquation.

b. On résout l'équation :

$2,5x - 75 > 76$
$2,5x - 75 + 75 > 76 + 75$
$2,5x > 151$
$x > \dfrac{151}{2,5}$
$x > 60,4$.

Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement supérieurs à 60,4.

On obtient la représentation graphique ci-dessous :



2. On appelle x le nombre de glaces vendues. Le prix de ces x glaces est $2{,}5x$.

Pour calculer le bénéfice, il faut soustraire la dépense de 75 €.
Les données de l'exercice donnent l'inéquation : $2{,}5x - 75 > 76$.

On retrouve l'inéquation résolue à la question précédente. Le nombre de glaces à vendre est strictement supérieur à 60,4. Il faut donc vendre 61 glaces.

ATTENTION !
Le nombre de glaces vendues est un nombre entier.

SUJET 38 | Interpréter la solution d'une inéquation

DURÉE 20 MIN

→ **Fiche 19** Résoudre une inéquation
→ **Fiche 20** Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

Une crèche propose deux tarifs pour la garde d'un enfant :

- Tarif A : Pour une fréquentation occasionnelle, 15 € par jour de garde.
- Tarif B : Un forfait mensuel de 80 € plus 5 € par jour de garde.

1. En janvier, Grégoire a fréquenté la crèche 4 jours et Aurélien 15 jours. Calculer la dépense pour chacun des deux enfants avec le tarif A, puis avec le tarif B.

2. On appelle x le nombre de jours de fréquentation en un mois.

a. Exprimer, en fonction de x, la somme $A(x)$ payée avec le tarif A.

b. Exprimer, en fonction de x, la somme $B(x)$ payée avec le tarif B.

3. Résoudre l'inéquation : $5x + 80 < 15x$. Interpréter le résultat.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Pour le tarif A, multiplie le prix d'un jour par le nombre de jours. Pour le tarif B, fais de même sans oublier d'ajouter 80 €.
2. a. Multiplie x par le prix d'un jour.
b. Pense à ajouter le forfait mensuel.
3. Commence par soustraire $5x$ aux deux membres de l'inéquation.

CORRIGÉ

1. La dépense pour chacun des deux enfants avec le tarif A est :

- $4 \times 15 = 60$ € pour Grégoire ;
- $15 \times 15 = 225$ € pour Aurélien.

La dépense pour chacun des deux enfants avec le tarif B est :

- $80 + 4 \times 5 = 100$ € pour Grégoire ;
- $80 + 15 \times 5 = 155$ € pour Aurélien.

2. a. Si on exprime, en fonction de x, la somme $A(x)$ payée avec le tarif A, alors on a : $A(x) = 15x$.

b. Si on exprime, en fonction de x, la somme $B(x)$ payée avec le tarif B, alors on a : $B(x) = 80 + 5x$.

3. On résout l'inéquation :
$5x + 80 < 15x$
$5x + 80 - 5x < 15x - 5x$
$80 < 10x$
$x > 8$.

Les solutions de l'inéquation sont donc les nombres strictement supérieurs à 8.
Interprétation du résultat : on a résolu l'inéquation $B(x) < A(x)$.
Pour un nombre de jours strictement supérieur à 8, le tarif B est plus avantageux que le tarif A.

MÉTHODE
La résolution d'une inéquation permet, par exemple, de comparer deux tarifs.

SUJET 39 | Problème concret et inéquation

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 19** Résoudre une inéquation
→ **Fiche 20** Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

1. Résoudre l'inéquation : $x + 15 \geqslant \frac{2}{3}(x + 27)$

2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.

Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Développe d'abord $\frac{2}{3}(x+27)$.

2. Le nombre de mathématiciens après embauche est $x + 15$. Aide-toi de l'inéquation obtenue à la question précédente.

CORRIGÉ

1. On résout l'inéquation :

$x+15 \geqslant \frac{2}{3}(x+27)$

$x+15 \geqslant \frac{2}{3}x+\frac{2}{3}\times 27$; $x+15 \geqslant \frac{2}{3}x+18$; $x-\frac{2}{3}x \geqslant 18-15$; $\frac{1}{3}x \geqslant 3$; $x \geqslant 3\times 3$.

Donc $x \geqslant 9$.

Les solutions de l'inéquation sont donc les nombres supérieurs ou égaux à 9.

2. Si on embauche x informaticiens, il y aura $x + 27$ informaticiens. Si on embauche x mathématiciens, il y aura $x + 15$ mathématiciens.

Les données de l'exercice se traduisent par l'inéquation :

$x+15 \geqslant \frac{2}{3}(x+27)$.

On retrouve l'inéquation résolue à la question précédente.

Il faut donc engager au moins 9 spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens.

ATTENTION !
Si on demande de résoudre une inéquation dans une première question, on la retrouve souvent dans la deuxième question.

SUJET 40 | Problème concret et équation

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 18** Résoudre une équation produit ou une équation du type $x^2 = a$
→ **Fiche 20** Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

Trouver le (ou les) nombre(s) x tel(s) que le triple de son (leur) carré soit égal à son (leur) double.

DÉMARRONS ENSEMBLE

Le carré de x s'écrit x^2 et son double s'écrit $2x$.

CORRIGÉ

Choix de l'inconnue : soit x le nombre cherché.

Mise en équation : le triple du carré de x est $3x^2$ et son double est $2x$. On obtient l'équation : $3x^2 = 2x$.

Résolution de l'équation

$3x^2 = 2x$
$3x^2 - 2x = 0$
$x(3x-2) = 0$
$x = 0$ ou $3x - 2 = 0$
$x = 0$ ou $x = \frac{2}{3}$.

Conclusion : les nombres dont le triple du carré est égal au double du nombre sont 0 et $\frac{2}{3}$.

ATTENTION !
Une équation peut avoir plusieurs solutions.

SUJET 41 | Problème concret et équation du type $x^2 = a$

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 11** Calculer une somme de racines carrées
→ **Fiche 18** Résoudre une équation produit ou une équation du type $x^2 = a$
→ **Fiche 20** Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

1. On désigne par x la longueur des côtés d'un carré. L'aire de ce carré est 32 cm². Traduire ces phrases par une équation.

2. Calculer la longueur exacte des côtés du carré.

3. Écrire le résultat de la question 2 sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers et où b est le plus petit possible.

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Exprime l'aire du carré en fonction de x.
2. Souviens-toi qu'une longueur est positive.
3. Écris 32 sous la forme du produit d'un carré parfait par un entier. → **Fiche 11**

CORRIGÉ

1. L'aire d'un carré de côté x est égale à x^2. On traduit le problème posé par une équation : $x^2 = 32$.

2. Pour calculer la longueur des côtés du carré, on résout l'équation : $x^2 = 32$.
On a : $x = -\sqrt{32}$ ou $x = \sqrt{32}$.
Or une longueur est positive, donc la longueur du côté du carré est $\sqrt{32}$.

3. On a : $\sqrt{32} = \sqrt{16\times 2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

SUJET 42 | Résoudre un problème concret

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 19** Résoudre une inéquation
→ **Fiche 20** Résoudre un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation

DVDLoc est un magasin qui propose deux formules de location de DVD :

- Formule 1 : chaque DVD est loué 3,50 €.
- Formule 2 : on paye un abonnement annuel de 12 €, puis 2 € par DVD loué.

Déterminer le nombre de DVD à partir duquel la formule 2 est plus avantageuse.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

DÉMARRONS ENSEMBLE

Attention ! Ici, tu n'es pas guidé : tu dois trouver par toi-même les **étapes de la solution**.

- Appelle x le nombre de DVD loués.
- Exprime en fonction de x le prix en euros à payer pour chacune des deux formules.
- Résous alors une inéquation.

CORRIGÉ

Soit x le nombre de DVD loués. Le prix à payer avec la formule 1 est égal à $3{,}50 \times x$.

Le prix à payer avec la formule 2 est égal à $2 \times x + 12$.

La formule 2 est plus avantageuse dès que son prix est inférieur à celui de la formule 1. On résout donc l'inéquation :
$2x + 12 < 3{,}50x$. Soit :
$12 < 3{,}50x - 2x$
$12 < 1{,}5x$
$12 \div 1{,}5 < x$. D'où $x > 8$.

La formule 2 est plus avantageuse dès que l'on loue 9 DVD.

MÉTHODE
Dans les exercices portant sur la comparaison de deux quantités, pense à poser une inéquation.