

SUJET 43 | Résoudre un système par substitution

DURÉE 15 MIN

→ **Fiche 21** Résoudre par le calcul un système d'équations à deux inconnues

- Résoudre le système suivant par substitution :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 66 \\ x + 3y = 57 \end{cases}$$
- Vérifier que pour la solution $(x; y)$ trouvée, on a $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$.

DÉMARRONS ENSEMBLE

- Exprime x en fonction de y dans la deuxième équation.
- Divise x par y .

CORRIGÉ

1. Pour résoudre le système par substitution, on exprime x en fonction de y dans la deuxième équation : $x = 57 - 3y$.

On remplace alors x par $57 - 3y$ dans la première équation :

$$\begin{aligned} 3(57 - 3y) + 2y &= 66 \\ 171 - 9y + 2y &= 66 \\ -7y &= 66 - 171 \\ -7y &= -105. \text{ Donc } y &= \frac{-105}{-7} = 15. \end{aligned}$$

On remplace y par 15 dans l'équation $x = 57 - 3y$. D'où : $x = 57 - 45 = 12$.

Le système d'équations a pour solution le couple $(12; 15)$.

2. On a : $\frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$.

MÉTHODE

Utilise la méthode de substitution si tu peux facilement exprimer une inconnue en fonction de l'autre.

SUJET 44 | Résoudre un système par addition

DURÉE 10 MIN

→ **Fiche 21** Résoudre par le calcul un système d'équations à deux inconnues

- Résoudre le système suivant par addition :
$$\begin{cases} 6x + 5y = 25 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

DÉMARRONS ENSEMBLE

Commence par multiplier les deux membres de la deuxième équation par -3 .

CORRIGÉ

On multiplie les deux membres de la deuxième équation par -3 : $-6x - 9y = -33$.

On ajoute alors membre à membre cette équation à la première : $-6x - 9y + 6x + 5y = -33 + 25$.

On en déduit $y : -4y = -8$. D'où $y = (-8) \div (-4) = 2$.

Pour obtenir x , on remplace y par 2 dans l'équation $6x + 5y = 25$: $6x + 5(2) = 25$.

D'où $6x = 25 - 10 = 15$. On obtient $x = 2,5$.

Le système d'équations a pour solution le couple $(2,5; 2)$.

MÉTHODE

Le quotient de deux nombres négatifs est positif.

SUJET 45 | Résoudre un système graphiquement

DURÉE 15 MIN

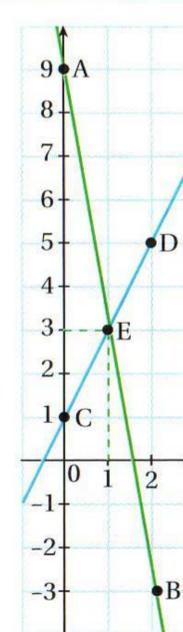
→ **Fiche 22** Résoudre graphiquement un système d'équations à deux inconnues

- Résoudre le système suivant graphiquement :
$$\begin{cases} 6x + y = 9 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

DÉMARRONS ENSEMBLE

Exprime y en fonction de x dans chacune des équations. Trouve alors les deux fonctions affines ainsi définies.

CORRIGÉ



On exprime y en fonction de x dans chacune des équations. On obtient :

$$\begin{cases} y = 9 - 6x \\ -y = -1 - 2x \end{cases} ; \quad \begin{cases} y = 9 - 6x \\ y = 1 + 2x \end{cases}$$

On définit alors les fonctions affines f et g telles que $f(x) = 9 - 6x$ et $g(x) = 1 + 2x$.

On a $f(0) = 9$ et $f(2) = -3$. La représentation graphique de la fonction f est la droite passant par les points $A(0; 9)$ et $B(2; -3)$.

On a $g(0) = 1$ et $g(2) = 5$. La représentation graphique de la fonction g est la droite passant par les points $C(0; 1)$ et $D(2; 5)$.

On obtient la figure ci-contre.

Le point E d'intersection des deux droites a pour coordonnées $(1; 3)$, donc le système a pour solution le couple $(1; 3)$.

ATTENTION !

x désigne l'abscisse du point et y son ordonnée.

SUJET 46 | Résoudre graphiquement un problème à deux inconnues

DURÉE
20 MIN

→ **Fiche 22** Résoudre graphiquement un système d'équations à deux inconnues

Un fournisseur d'accès à internet propose les abonnements suivants :

- abonnement A : 18 € puis 0,40 € la minute de communication ;
- abonnement B : 30 € puis 0,25 € la minute de communication.

1. Soit x le nombre de minutes et y le prix de la communication à payer en fonction du temps.

On note y_A le prix pour l'abonnement A et y_B le prix pour l'abonnement B. Exprimer y_A et y_B en fonction de x .

2. Résoudre graphiquement le système suivant :

$$\begin{cases} y = 0,4x + 18 \\ y = 0,25x + 30 \end{cases}$$

On choisira pour unités :

- en abscisse, 1 cm pour 10 min ;
- en ordonnée, 1 cm pour 10 €.

3. En déduire le nombre de minutes pour lequel les deux tarifs sont égaux. Quel est ce tarif ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Pour chaque tarif, multiplie le nombre x de minutes par le prix d'une minute, puis ajoute le prix de l'abonnement.
2. Définis les deux fonctions affines associées aux deux équations. Calcule pour chacune l'image de 0, puis celle d'un autre nombre.
3. Observe le point d'intersection des deux droites tracées.

CORRIGÉ

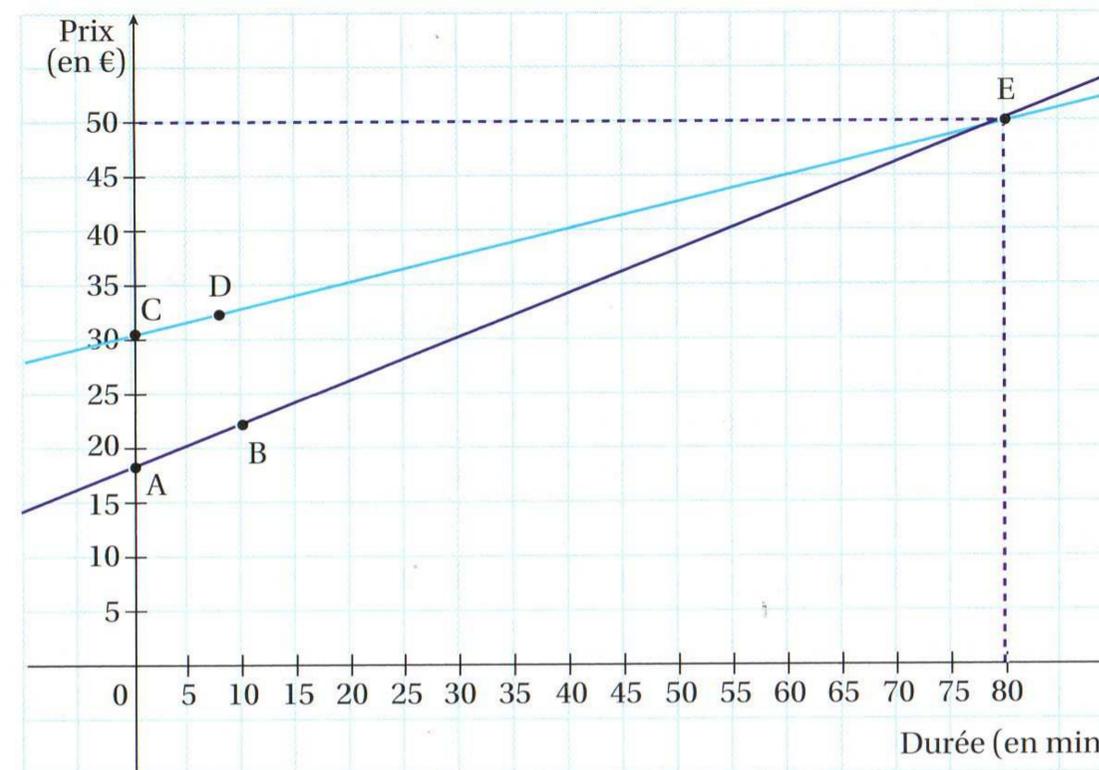
1. On exprime y_A en fonction de x : $y_A = 0,4x + 18$.

On exprime y_B en fonction de x : $y_B = 0,25x + 30$.

2. On considère les fonctions affines f et g définies par $f(x) = 0,4x + 18$ et $g(x) = 0,25x + 30$.

On a $f(0) = 18$ et $f(10) = 22$. Donc la droite représentant f passe par les points A(0 ; 18) et B(10 ; 22).

On a $g(0) = 30$ et $g(8) = 32$. Donc la droite représentant g passe par les points C(0 ; 30) et D(8 ; 32).



3. Le point d'intersection E a pour coordonnées (80 ; 50). Ce couple est la solution du système

$$\begin{cases} y = 0,4x + 18 \\ y = 0,25x + 30 \end{cases}$$

Les deux tarifs sont égaux pour 80 min de communications et pour un prix de 50 €.

ATTENTION !

x désigne un nombre de minutes et y un prix en euros.

SUJET 47 | Associer un système à un problème à deux inconnues

DURÉE
20 MIN

→ **Fiche 21** Résoudre par le calcul un système d'équations à deux inconnues

→ **Fiche 23** Mettre en équations un problème à deux inconnues

1. Résoudre le système :

$$\begin{cases} 6x + 5y = 57 \\ 3x + 7y = 55,5 \end{cases}$$

2. Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums ou des boîtes. Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 €. Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 €. Quel est le prix d'une boîte ? Quel est le prix d'un album ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. Résous le système en multipliant la deuxième équation par -2 .
2. Appelle x le nombre de boîtes et y celui des albums. Écris un système.

CORRIGÉ

1. On choisit de résoudre le système par addition.

On multiplie les deux membres de la deuxième équation par -2 : $-6x - 14y = -111$.

On ajoute alors membre à membre cette équation à la première :

$$-6x - 14y + 6x + 5y = -111 + 57.$$

On calcule y : $-9y = -54$. D'où $y = (-54) \div (-9) = 6$.

On remplace y par 6 dans $6x + 5y = 57$. On obtient : $6x + 5(6) = 57$.

D'où $6x = 57 - 30 = 27$. Donc $x = 4,5$.

Le système d'équations a pour solution le couple $(4,5 ; 6)$.

2. Soit x le prix d'une boîte et y celui d'un album.

Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 €. On obtient donc l'équation : $6x + 5y = 57$.

Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 €. On obtient donc l'équation : $3x + 7y = 55,50$.

On retrouve le système résolu à la question précédente. La solution est alors $x = 4,5$ et $y = 6$.

Le prix d'une boîte est 4,50 € et celui d'un album est 6 €.

ATTENTION !

Si on te demande de résoudre un système dans une première question, on le retrouve en général dans la deuxième question.

SUJET 48 | Mettre en équations un problème à deux inconnues

DURÉE 20 MIN

→ **Fiche 23** Mettre en équations un problème à deux inconnues

Un zoo propose deux tarifs d'entrée : un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants. Un groupe constitué de 4 enfants et d'un adulte paie 22 €.

On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues :

$$4x + y = 22. \text{ On note cette équation } (E_1).$$

1. Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation ?

2. Un autre groupe constitué de 6 enfants et de 3 adultes paie 42 €.

Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2) dépendant des deux inconnues x et y .

3. Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.

4. Quel est le tarif d'une entrée pour un enfant et quel est celui d'une entrée pour un adulte ?

DÉMARRONS ENSEMBLE

1. L'inconnue x représente un tarif.
2. Traduis les données concernant l'autre groupe.
3. Tu peux facilement exprimer y en fonction de x dans l'égalité $4x + y = 22$.
4. Explique ce que représente les valeurs de x et de y .

CORRIGÉ

1. x représente le tarif d'entrée pour un enfant et y le tarif d'entrée pour un adulte.

2. On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues que l'on appelle (E_2) :
 $6x + 3y = 42$.

3. On résout le système constitué par les équations (E_1) et (E_2) par substitution :

$$\begin{cases} 4x + y = 22 \\ 6x + 3y = 42 \end{cases}$$

On exprime y en fonction de x dans la première équation : $y = 22 - 4x$.

On remplace y par $22 - 4x$ dans l'équation $6x + 3y = 42$:

$$6x + 3(22 - 4x) = 42$$

$$6x + 66 - 12x = 42$$

$$-6x = 42 - 66$$

$$-6x = -24. \text{ Donc } x = 4.$$

On remplace x par 4 dans l'équation $y = 22 - 4x$:

$$y = 22 - 16 = 6.$$

4. Le tarif d'une entrée pour un enfant est donc 4 € et celui d'une entrée pour un adulte est 6 €.

ATTENTION !

N'oublie pas d'indiquer les unités utilisées pour les deux inconnues.

SUJET 49 | **Mettre en équations un problème à deux inconnues**

DURÉE
20 MIN

→ **Fiche 23** Mettre en équations un problème à deux inconnues

J'ai cueilli 96 trèfles, certains sont à trois feuilles, les autres à quatre feuilles. On compte au total 293 feuilles.

Quel est le nombre de trèfles à trois feuilles et celui de trèfles à quatre feuilles ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

DÉMARRONS ENSEMBLE

Attention ! Ici, tu n'es pas guidé : tu dois trouver par toi-même les **étapes de la solution**.

Pour trouver le nombre de trèfles de chaque catégorie, pose un système d'équations à deux inconnues, x désignant le nombre de trèfles à trois feuilles et y celui des trèfles à quatre feuilles.

- Cherche d'abord ce que vaut la somme $x + y$ dans les données de l'exercice.
- Calcule ensuite le nombre total de feuilles obtenues avec les trèfles à trois feuilles, puis avec les trèfles à quatre feuilles.
- Résous ce système par substitution.

CORRIGÉ

x est le nombre de trèfles à trois feuilles et y celui des trèfles à quatre feuilles. Le nombre total de trèfles est $x + y$. On obtient l'équation : $x + y = 96$.

Dans x trèfles à trois feuilles, il y a $3x$ feuilles et dans y trèfles à quatre feuilles, il y a $4y$ feuilles. Le nombre total de feuilles est : $3x + 4y$.

On obtient l'équation : $3x + 4y = 293$.

On obtient alors le système suivant :
$$\begin{cases} x + y = 96 \\ 3x + 4y = 293 \end{cases}$$

On résout le système par substitution.

On exprime y en fonction de x dans la première équation. On obtient : $y = 96 - x$.

On remplace y par $96 - x$ dans l'équation $3x + 4y = 293$. On obtient : $3x + 4(96 - x) = 293$

$$3x + 384 - 4x = 293$$

$$-x = 293 - 384. \text{ D'où : } -x = -91. \text{ Soit : } x = 91.$$

On remplace x par 91 dans l'équation $y = 96 - x$. On obtient : $y = 96 - 91 = 5$.

Il y a donc 5 trèfles à quatre feuilles dans les 96 trèfles.

MÉTHODE

Dans les exercices comportant la recherche de deux quantités, il faut poser un système d'équations à deux inconnues.