

I) Fractions – Ecritures fractionnaires :

1) Définition

Soient a et b $\neq 0$ deux nombres décimaux :

Le quotient de a par b est noté $\frac{a}{b}$

The diagram shows the equation $a \div b = \frac{a}{b}$ enclosed in a rectangular box. Two arrows point from the top and bottom of the box towards the fraction $\frac{a}{b}$, highlighting the relationship between the division symbol and the fraction bar.

$\frac{a}{b}$ est appelé $\frac{a}{b}$ lorsque a et b sont des nombres décimaux, et lorsque ce sont des nombres entiers.

Exemples :

- Fractions : $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$
- Ecritures fractionnaires : $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$

2) Ecritures fractionnaires et nombres décimaux :

La valeur exacte d'un quotient peut toujours se noter en écriture fractionnaire.

$$15 \div 4 = 3,75 = \frac{15}{4} \qquad 45 \div 64 = 0,703125 = \frac{45}{64}$$

Elle ne peut se noter en écriture décimale que quand la division se termine.

$$\frac{30}{5} = \dots \div \dots = \dots \qquad \frac{9,6}{4} = \dots \div \dots = \dots \qquad \frac{12,9}{11} = \dots \div \dots = \dots$$

Le quotient $12,9 \div 11$ ne peut s'écrire sous forme décimale car la division ne se termine pas.

3) Proportion

Si, dans une classe, 3 enfants sur 4 sont bruns alors la proportion d'enfants bruns est $\frac{3}{4}$

II) Ecritures fractionnaires égales

1) Propriété

Si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par _____, on obtient une

Soient $a, b \neq 0, k \neq 0$ trois nombres :

$$\frac{\times}{\times} = \text{---}$$

2. Exemples :

$$\frac{4}{5} = \frac{\times}{\times} = \text{---} ; \quad \frac{21}{35} = \frac{\times}{\times} = \text{---}$$

3. Application : simplification d'écritures fractionnaires :

a) **Simplifier une fraction, c'est diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier. Lorsqu'une fraction n'est plus simplifiable, on dit qu'elle est la plus simple possible ou **irréductible**.**

b) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par		Exemples
2	Si le nombre est pair ou si son dernier chiffre est 0; 2; 4; 6;8	24 : le dernier chiffre est 4
3	Si la somme de ses chiffres est divisible par 3	201 : 2 + 0 + 1 = 3 132 : 1 + 2 + 3 = 6
4	Lorsque le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est divisible par 4	136 est divisible par 4 car 36 est divisible par 4 36 = 9 × 4
5	Si le dernier chiffre est 0 ou 5	65 : le dernier chiffre est 5
9	Si la somme de ses chiffres est divisible par 9	702 : 7 + 0 + 2 = 9 981 : 9 + 8 + 1 = 18 ; 1 + 8 = 9
10	Si le dernier chiffre est 0	20 : le dernier chiffre est 0

c) Exemples

$$\frac{12}{18} = \frac{\times}{\times} = \text{---} ; \quad \frac{128}{38} = \frac{\times}{\times} = \text{---} ; \quad \frac{462}{546} = \frac{\times}{\times} = \text{---}$$

III) Division décimale

Exemple : diviser 4,48 par 1,4

Si le diviseur est un nombre à virgule, on le transforme en nombre entier en le multipliant, ainsi que le dividende, par 10, 100 ou 1000.

$$\frac{4,48}{1,4} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

On pose la division $\dots\dots \div \dots\dots$

$$\dots\dots \div \dots\dots = \dots\dots \div \dots\dots = \dots\dots$$

Rappels sur les arrondis et troncatures.

Poser les divisions suivantes et compléter le tableau suivant :

	Arrondi du quotient au dixième	Arrondi du quotient Au centième	Troncature du quotient Au millième
$9 \div 2,6$			
$8,42 \div 1,3$			

IV) **Produit d'un nombre par une fraction. Prendre une fraction d'une quantité.**

Exemple

Un réservoir de 32 L d'essence est rempli aux $\frac{3}{4}$.

Combien de litres d'essence contient ce réservoir ?

Pour calculer $\frac{3}{4}$ de 32, on effectue $\frac{3}{4} \times 32$. (On remplace *de* par \times).

On utilise l'un des trois calculs suivants :

$$32 \times \frac{3}{4} =$$

$$32 \times \frac{3}{4} =$$

$$32 \times \frac{3}{4} =$$

Le réservoir contient litres d'essence.

V) Comparer des écritures fractionnaires

1) Écritures fractionnaires de même dénominateur

De deux écritures fractionnaires de même dénominateur la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemples :

$$\frac{17}{19} \text{ et } \frac{15}{19} : 17 > 15 \text{ donc } \frac{17}{19} > \frac{15}{19}$$

2) Écritures fractionnaires de même numérateur

De deux écritures fractionnaires de même numérateur la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemple

$$\frac{19}{17} \text{ et } \frac{19}{15} : 17 > 15 \text{ donc } \frac{19}{15} > \frac{19}{17}$$

3) Autres cas

Comment comparer $\frac{17}{20}$ et $\frac{4}{5}$?

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{17}{20} > \frac{16}{20} \text{ donc } \frac{17}{20} > \frac{4}{5}$$

En écriture fractionnaire, pour comparer 2 nombres lorsque le numérateur et le dénominateur sont différents :

- On commence par les écrire avec le même dénominateur.
- On compare les numérateurs

$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{10}{15} \text{ et } \frac{4}{5} = \frac{12}{15} \text{ donc } \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

Ranger les écritures fractionnaires dans l'ordre croissant

$$\frac{7}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{2}$$

4) Comparer une écriture fractionnaire à 1 :

Si dans une écriture fractionnaire, le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors cette écriture fractionnaire est supérieure à 1.

Exemples : $15 > 14$ donc $\frac{15}{14} > 1$;

Utilisation : comparer

$$\frac{13}{10} \text{ et } \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} \text{ et } \frac{4}{5}$$