

I) Fractions – Ecritures fractionnaires :

1) Définition

Soient a et b $\neq 0$ deux nombres décimaux :

Le quotient de a par b est noté $\frac{a}{b}$

$a \div b = \frac{a}{b}$

numérateur

dénominateur jamais égal à zéro

$\frac{a}{b}$ est appelé fraction lorsque a et b sont des nombres entiers , et écriture fractionnaire lorsque ce sont des nombres décimaux

Exemples :

- Fractions : $\frac{3}{8}$, $\frac{12}{115}$.
- Ecritures fractionnaires : $\frac{3,1}{2,5}$; $\frac{3,15}{9}$.

2) Ecritures fractionnaires et nombres décimaux :

La valeur exacte d'un quotient peut toujours se noter en écriture fractionnaire.

$$15 \div 4 = 3,75 = \frac{375}{100} \quad 45 \div 64 = 0,703125 = \frac{703,125}{1000}$$

Elle ne peut se noter en écriture décimale que quand la division se termine.

$$\frac{30}{5} = 30 \div 5 = 6 \quad \frac{9,6}{4} = 9,6 \div 4 = 2,4 \quad \frac{12,9}{11} = 12,9 \div 11 = 11,727272\dots$$

Le quotient $12,9 \div 11$ ne peut s'écrire sous forme décimale car la division ne se termine pas.

3) Proportion

Si, dans une classe, 3 enfants sur 4 sont bruns alors la proportion d'enfants bruns est $\frac{3}{4}$.

II) Ecritures fractionnaires égales

1) Propriété

Si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre, on obtient une écriture fractionnaire égale.

Soient $a, b \neq 0, k \neq 0$ trois nombres :

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

2. Exemples : $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$; $\frac{21}{35} = \frac{7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{3}{5}$.

3. Application : simplification d'écritures fractionnaires :

a) Simplifier une fraction , c'est diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier. Lorsqu'une fraction n'est plus simplifiable, on dit qu'elle est la plus simple possible ou **irréductible**.

b) Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par		Exemples
2	Si le nombre est pair ou si son dernier chiffre est 0; 2; 4; 6;8	24 : le dernier chiffre est 4
3	Si la somme de ses chiffres est divisible par 3	201 : $2 + 0 + 1 = 3$ 132 : $1 + 2 + 3 = 6$
4	Lorsque le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est divisible par 4	136 est divisible par 4 car 36 est divisible par 4 $36 = 9 \times 4$
5	Si le dernier chiffre est 0 ou 5	65 : le dernier chiffre est 5
9	Si la somme de ses chiffres est divisible par 9	702 : $7 + 0 + 2 = 9$ 981 : $9 + 8 + 1 = 18$; $1 + 8 = 9$
10	Si le dernier chiffre est 0	20 : le dernier chiffre est 0

c) Exemples

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{128}{38} = \frac{2 \times 64}{2 \times 19} = \frac{64}{19}$$

$$\frac{462}{546} = \frac{231 \times 2}{273 \times 2} = \frac{231}{273} = \frac{77 \times 3}{91 \times 3} = \frac{77}{91} = \frac{7 \times 11}{7 \times 13} = \frac{11}{13}$$

III) Division décimale

Exemple : diviser 4,48 par 1,4

Si le diviseur est un nombre à virgule, on le transforme en nombre entier en le multipliant, ainsi que le dividende, par 10, 100 ou 1000.

$$\frac{4,48}{1,4} = \frac{44,8}{14}$$

On pose la division $44,8 \div 14$.

$$44,8 \div 14 = 4,48 \div 1,4 = 3,2$$

Rappels sur les arrondis et troncatures.

Poser les divisions suivantes et compléter le tableau suivant :

	Arrondi du quotient au dixième	Arrondi du quotient Au centième	Troncature du quotient Au millième
$9 \div 2,6$	3,5	3,46	3,461
$8,42 \div 1,3$	6,5	6,48	6,476

IV) **Produit d'un nombre par une fraction. Prendre une fraction d'une quantité.**

Exemple

Un réservoir de 32 L d'essence est rempli aux $\frac{3}{4}$.

Combien de litres d'essence contient ce réservoir ?

Pour calculer $\frac{3}{4}$ de 32, on effectue $\frac{3}{4} \times 32$. (on remplace *de* par \times).

On utilise l'un des trois calculs suivants :

$$32 \times \frac{3}{4} = \frac{32 \times 3}{4} = \frac{96}{4} = 24$$

$$32 \times \frac{3}{4} = (32 \div 4) \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$32 \times \frac{3}{4} = 32 \times 0,75 = 24$$

Le réservoir contient 24 litres d'essence.

V) Comparer des écritures fractionnaires

1) Écritures fractionnaires de même dénominateur

De deux écritures fractionnaires de *même dénominateur* la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemples :

$$\frac{17}{19} \text{ et } \frac{15}{19} : 17 > 15 \text{ donc } \frac{17}{19} > \frac{15}{19}$$

2) Écritures fractionnaires de même numérateur

De deux écritures fractionnaires de *même numérateur* la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemple

$$\frac{19}{17} \text{ et } \frac{19}{15} : 17 > 15 \text{ donc } \frac{19}{15} > \frac{19}{17}$$

3) Autres cas

Comment comparer $\frac{17}{20}$ et $\frac{4}{5}$?

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{17}{20} > \frac{16}{20} \text{ donc } \frac{17}{20} > \frac{4}{5}$$

En écriture fractionnaire, pour comparer 2 nombres lorsque le numérateur et le dénominateur sont différents :

- On commence par les écrire avec le même dénominateur.
- On compare les numérateurs

$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{10}{15} \text{ et } \frac{4}{5} = \frac{12}{15} \text{ donc } \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

Ranger les écritures fractionnaires dans l'ordre croissant

$$\frac{7}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \quad \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{5}{12} < \frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{5}{6}$$

4) Comparer une écriture fractionnaire à 1 :

Si dans une écriture fractionnaire, le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors cette écriture fractionnaire est supérieure à 1.

Exemples : $15 > 14$ donc $\frac{15}{14} > 1$;

Utilisation :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{13}{10} \text{ et } \frac{2}{3} \\ \frac{13}{10} > 1 \\ \frac{2}{3} < 1 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{13}{10} > \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{2} \text{ et } \frac{4}{5} \\ \frac{3}{2} > 1 \\ \frac{4}{5} < 1 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{3}{2} > \frac{4}{5}$$