Chapitre 14 : Fonctions affines $3^{ème}$

1. Définition

Etant donnés deux nombres a et b, on définit une fonction affine f lorsque, à tout nombre x, on associe le nombre a × x + b.

f : x → f(x) = a × x + b

2. Exemples

Soit la fonction f : x → 3x + 1
Cela signifie qu'a un nombre x esr associé le nombre 3x+1
Le nombre 3x + 1 est l'image du nombre x par la fonction f et est noté f(x)
$f(0)=3\times 0+1=1 \quad f(-1)=3\times(-1)+1=-2 \quad f(1)=3\times 1+1=4$

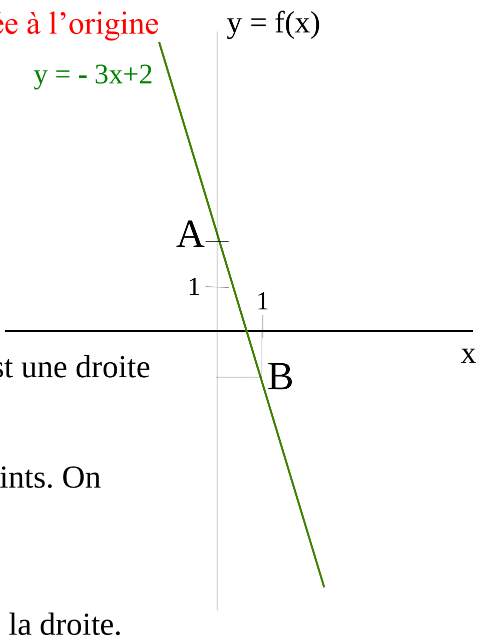
Ceci est une ***fonction affine***

Exemples et contre- exemples

Fonctions affines	Fonctions non affines
$f_1(x) = 2x+1$ $f_2(x)=\frac{2}{3}-5x$ $f_3(x)=2{,}8x+1$	$f_1(x)=\frac{1}{x+2}$ $f_2(x)=x^3$

3. Représentation graphique

Dans un repère, la représentation graphique de la fonction affine f définie par f(x) = a x + b est une droite d'équation y = a x +b
a est le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine



Exemple :

$f(x)=-3x+2 \quad f(o)=2 \quad f(1)=-1$

x	0	1
f(x) = - 3x + 2	2	-1

La représentation de la fonction affine f est une droite qui a pour équation
y = a x + b .
Pour déterminer une droite il faut deux points. On choisit arbitrairement deux valeurs de x.
Pour x = 0 → y = 2 A(0 ; 2)
Pour x = 1 → y = -1 B(1 ; -1)
A(0 ; 2) et B(1 ; -1) sont deux points de la droite.

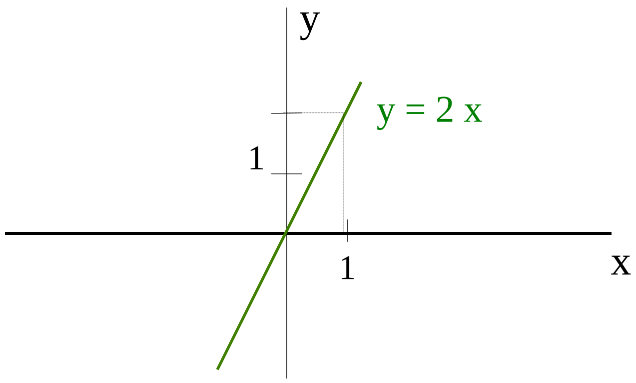
4. <u>Cas particuliers</u>

<u>b = 0</u>

f(x) = a x, donc f est une fonction linéaire de coefficient a.

Une fonction linéaire est une fonction affine et sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

<u>Exemple</u> : f (x) = 2 x

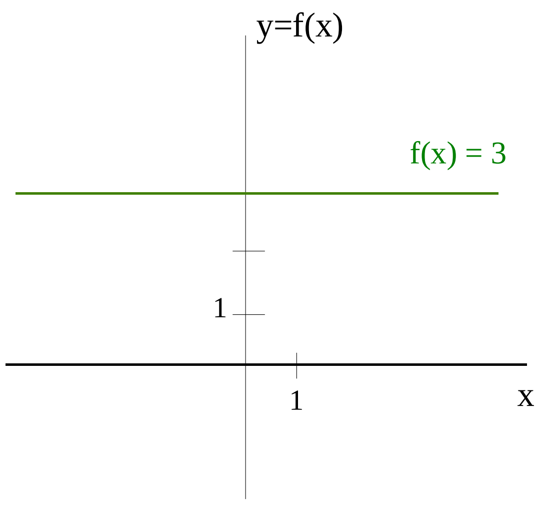


<u>a= 0</u>

f(x) = b , à chaque nombre x, on associe constamment le même nombre fixe b.
La fonction f est appelée fonction constante.

La représentation graphique est une droite d'équation y = b, parallèle à l'axe des abscisses.

<u>Exemple</u> : f (x) = 3



5. Déterminer une fonction affine

Déterminer la fonction affine f tel que *f(2) = 3* et *f(1) = -2*
La fonction affine est de la forme *f(x) = a x + b.*

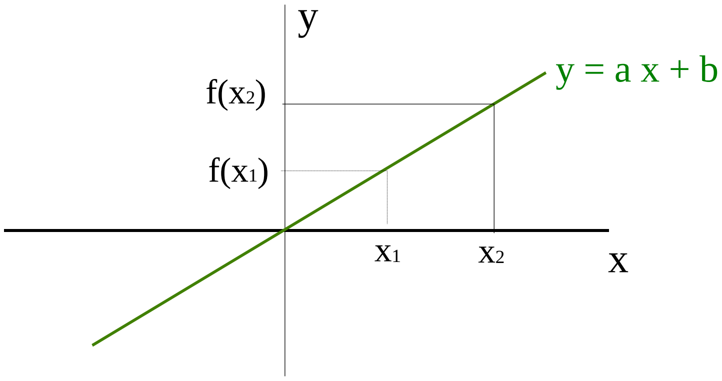
$f(2) = 3 \qquad a \times 2 + b = 3$

$f(1) = -2 \qquad a \times 1 + b = -2$

$$\begin{cases} 2a + b = 3\,(1) \\ a + b = -2\,(2) \end{cases} \qquad \begin{cases} 2a + b = 3 \\ (1) - (2)\; a = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 3 - 2a \\ a = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 - 2 \times 5 = -7 \end{cases}$$

Conclusion : *f(x) = 5 x – 7*

6. Proportionnalité des accroissements



Soit f une fonction définie par f(x) = a x + b.
Lorsque x varie de x_1 à x_2, l'accroissement de x est $x_2 - x_1$
L'accroissement correspondant de l'image f(x) est $f(x_2) - f(x_1)$.

Si f est une fonction définie par f(x) = a x + b, pour tous les nombres distincts x_1 et x_2 on a :

$$\boxed{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a \qquad x_1 \neq x_2}$$

L'accroissement de f(x) est **proportionnel à l'accroissement de x.**

Exemple : Déterminer une fonction affine

Soit la fonction affine f tel que f(2) = 11 et f(-1) = 2.

Posons *f(x) = a x + b*

$$a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{11 - 2}{2 + 1} = \frac{9}{3} = 3 \qquad d'où \qquad f(x) = 3x + b$$

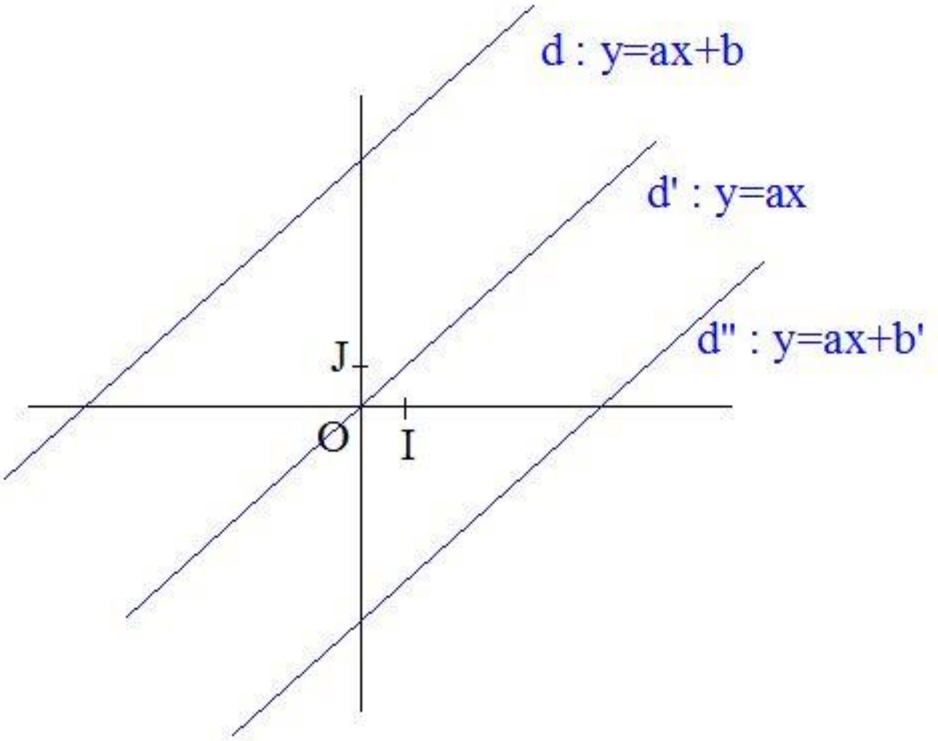
De plus $f(2) = 11 \qquad 3 \times 2 + b = 11 \qquad 6 + b = 11 \qquad b = 11 - 6 = 5$

La fonction affine cherchée est définie par *f(x) = 3 x + 5*

7. Droites parallèles

a. Définition

Soient deux droites d et d’ d’équations respectives y = a x + b et y = a’ x + b’.
Si a = a’ alors d et d’ sont parallèles
Si d et d’ sont parallèles alors a = a’.



b. Application

Trouver l’équation de la droite d’ parallèle à d : y = 2 x - 3 et passant par le point M(-3 ; -2).

d’ : y = a’ x + b’

d // d’ d’où a’ = 2

d’ : y = 2 x + b’

M(-3 ; 2)$\in$ d’ d’où $y_M = 2 \times x_M + b'$

-2 = - 6 + b’ b’ = -2 + 6 = 4