Chapitre 15 : Proportionnalité et grandeurs composées — 3ème

I. Situation de proportionnalité sur un tableau ou sur un graphique

1. Exemple 1

Voici un tableau utilisé par une boulangère pour obtenir le prix de vente de petits pains .

Nombre de petits pains	5	10	15	25
Prix à payer en Euros	4	8	12	20

$\times 0{,}8$

Quel est le prix de 25 petits pains ?

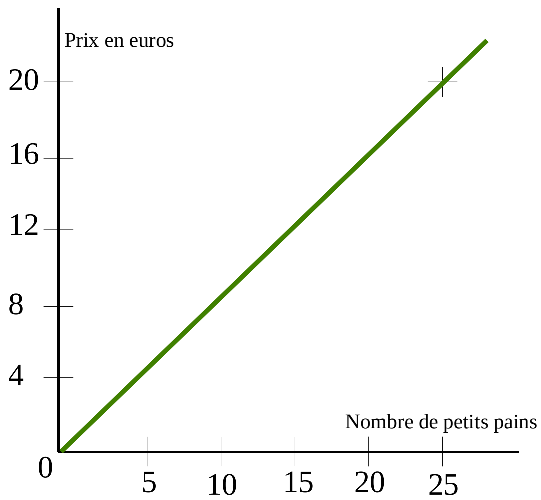
4 : 5 = 0,8 ; 25 $\times$0,8 = 20 .

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{20}{25} = 0{,}8$$

Tous les quotients sont égaux à 0,8, donc ceci est une situation de proportionnalité et le nombre 0,8 est le coefficient de proportionnalité.

Il y a proportionnalité quand on obtient les termes de la deuxième ligne en multipliant ceux de la première ligne par un même nombre.
Ce nombre s'appelle le *coefficient de proportionnalité.*

2. Représentation graphique



Il y a proportionnalité quand tous les points sont alignés avec l'origine.

3. formule générale

Une formule représente une situation de proportionnalité entre deux grandeurs x et y lorsqu'il existe un nombre a tel que y = a $\times$ x
a : coefficient de proportionnalité

Exemple :

y : Prix en euros x : nombre de petits pains **y = 0,8 $\times$ x**

II. **Augmentation ou diminution en pourcentages**

1. Augmentation en pourcentage

a. Exemple

On place un capital de 5000€ au taux de 4 %. Quel est le nouveau au bout d'un an ?

Intérêts au bout d'un an : $5000\times\frac{4}{100}=200$/€

Capital accumulé au bout d'un an : $5000+200=5200$/€

b. Généralisation

On place un capital de x/ au taux de 4 %. Quel est le nouveau capital y au bout d'un an ?

Intérêts au bout d'un an : $x\times\frac{4}{100}$ €

Capital accumulé au bout d'un an : $y=x+x\times\frac{4}{100}=x\left(1+\frac{4}{100}\right)=x\times1{,}04$ €

Donc y = 1,04 x (fonction linéaire)

c. Bilan

Si on augmente la valeur x de t %on obtient un nombre y tel que :

$$\boxed{y=\left(1+\frac{t}{100}\right)\times x}$$

2. Diminution en pourcentage

a. Exemple

Dans une ville, la population diminue de 3% par an.
Au 1^{e} janvier 1998, il y a 25 000 habitants.
Nombre d'habitants au 1^{e} janvier 1999 ?

Nombre d'habitants en moins en fin d'année : $25000\times\frac{3}{100}=750$

Nombre d'habitants au 1^{e} janvier : 25000 + 750 = 25750

b. Généralisation

On suppose qu'une ville a x habitants à une date donnée.
Soit y le nombre d'habitants de cette ville un an plus tard.

Nombre d'habitants en moins en fin d'année: $x\times\frac{3}{100}$

Nombre d'habitants au 1^{e} janvier : $y=x-x\times\frac{3}{100}=x\left(1-\frac{3}{100}\right)=x\times0{,}97$

Donc y = 0,97 x (fonction linéaire)

c. Bilan

Si on diminue la valeur x de t %on obtient un nombre y tel que :

$$y=\left(1-\frac{t}{100}\right)\times x$$

III. Partages proportionnels

Pierre et Paul achète un billet de valant 50€
Pierre donne 20€ et Paul donne 30€
Le billet rapporte 550€. Le partage est proportionnel à la mise.
Quelle sera la part de chacun ?

Pierre gagne x € et Paul 550 – x €

x	550 - x
20	30

$\frac{x}{20} = \frac{550 - x}{30}$ $\qquad 20 \times (550 - x) = 30x$ $\qquad$ 50 x = 11000

$x = \frac{11000}{50} = 220$ $\qquad$ Pierre gagne 220€ et Paul 330€

IV. Les grandeurs composées

a. Grandeurs quotients

Le quotient de deux grandeurs de natures différentes donne une nouvelle grandeur dite grandeur quotient.

Applications

- Vitesse : $km/h = km \cdot h^{-1}$

Une moto met 1h15 pour faire 200 km. Quelle est la vitesse moyenne ?

$V = \frac{Distance}{Temps} = \frac{200}{1,25} = 160\, km/h$

- Consommation d'essence : $l/km = l \cdot km^{-1}$

Un automobiliste consomme 27 l pour faire 300 km. Quelle est sa consommation ?

$C = \frac{27}{300} = 0,09\, l/km$ donc 9 litres pour 100 km

- Débit : $m^3/s = m^3 \cdot s^{-1}$

Pour remplir un seau de10 l , il faut 20 s. Quel est le débit du robinet ?

$10\, l = 10\, dm^3$

$D = \frac{10}{20} = 0,5\, dm^3/s$

b. Grandeurs produits

Le produit de deux grandeurs de natures différentes donne une nouvelle grandeur dite grandeur produit.

Applications

- Energie électrique : E = P $\times$ t

Quel est la consommation d'un téléviseur de 180W pendant 3h ?

E = 180 $\times$ 3 = 540 W. h