<u>Chapitre 17</u> : Système d'équations à deux inconnues $\quad 3^{\text{ème}}$

I. Un exemple

On sert 3 Jus d'orange et 2 Coca-colas pour 9,6 €
A une autre table, on sert 1 Jus d'orange et 3 Coca-colas pour 8,1€.
Combien coûte la bouteille de Jus d'orange ? De Coca-Cola ?

On est amené à résoudre un système de deux équations à deux inconnues

Soit x le prix de la bouteille de Jus d'orange et y le prix de la bouteille de coca-Cola.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ x + 3y = 8{,}1 \end{cases} \longleftarrow \text{Système de deux équations à deux inconnues}$$

Résoudre ce système, c'est trouver tous les couples (x ; y) qui vérifient simultanément les deux équations.

II. Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.

BUT : Résoudre le système $\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ x + 3y = 8{,}1 \end{cases}$

1. Méthode de substitution

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ x + 3y = 8{,}1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3(8{,}1 - 3y) + 2y = 9{,}6 \\ x = 8{,}1 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 24{,}3 - 9y + 2y = 9{,}6 \\ x = 8{,}1 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} -7y = 9{,}6 - 24{,}3 \\ x = 8{,}1 - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7y = -14{,}7 \\ x = 8{,}1 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} y = \dfrac{-14{,}7}{-7} = 2{,}1 \\ x = 8{,}1 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2{,}1 \\ x = 8{,}1 - 3 \times 2{,}1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2{,}1 \\ x = 1{,}8 \end{cases}$$

(1,8 ; 2,1) est le couple solutions

Le prix de la bouteille de Jus d'orange est de 1,8 € et le prix de la bouteille de coca-cola est de 2,1 €.

<u>Vérification</u> : $\begin{cases} 3 \times 1{,}8 + 2 \times 2{,}1 = 9{,}6 \\ 1{,}8 + 3 \times 2{,}1 = 8{,}1 \end{cases}$.

2. <u>Méthode par élimination d'une inconnue</u>

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 & l_1 \\ x + 3y = 8{,}1 & l_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 & l_1 \\ 3x + 9y = 24{,}3 & 3 \times l_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 & l_1 \\ (3x + 9y) - (3x + 2y) = 24{,}3 - 9{,}6 & 3 \times l_2 - l_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ 3x + 9y - 3x - 2y = 14{,}7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ 7y = 14{,}7 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 \\ y = \dfrac{14{,}7}{7} = 2{,}1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2 \times 2{,}1 = 9{,}6 \\ y = 2{,}1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x = 9{,}6 - 4{,}2 = 5{,}4 \\ y = 2{,}1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{5{,}4}{3} = 1{,}8 \\ y = 2{,}1 \end{cases}$$

3. <u>Méthode par double élimination</u>

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 & l_1 \\ x + 3y = 8{,}1 & l_2 \end{cases}$$

<u>Eliminer x</u>	<u>Eliminer y</u>
$\begin{cases} 3x + 2y = 9{,}6 & l_1 \\ 3x + 9y = 24{,}3 & 3 \times l_2 \end{cases}$	$\begin{cases} 9x + 6y = 28{,}8 & 3 \times l_1 \\ 2x + 6y = 16{,}2 & 2 \times l_2 \end{cases}$
- 7 y = - 14,7 y = 2,1	7 x = 12,6 x = 1,8

III. **Interprétation géométrique**

Résoudre $\begin{cases} x - y = -1 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x - y = -1 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 + y \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 + y \\ -5 + 5y - 2y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 + y \\ 3y = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 + 3 \\ y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

(2 ; 3) est le couple solutions

On écrit y en fonction de x dans les deux équations

$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = \dfrac{4 - 5x}{-2} \end{cases}$ $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = \dfrac{5}{2}x - 2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x + 1 & d_1 \\ y = 2{,}5x - 2 & d_2 \end{cases}$

d_1 représentation graphique de la fonction affine $f_1(x) = x + 1$
d_2 représentation graphique de la fonction affine $f_2(x) = 2{,}5x - 2$

x	0	1
$f_1(x) = x + 1$	1	2

x	0	1
$f_2(x) = 2{,}5x - 2$	-2	0,5