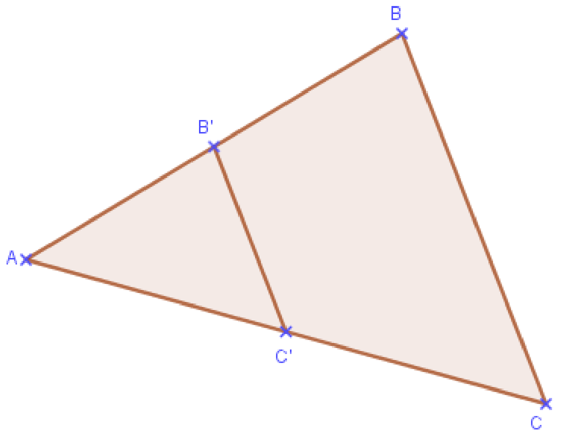
<u>Théorème de Thalès</u> (Direct)

I. Théorème de Thalès dans un triangle

1. Introduction

Soit un triangle ABC.
Soit un triangle AB'C' tels que : B'∈ [AB], C' ∈ [AC] et (BC) // (B'C')

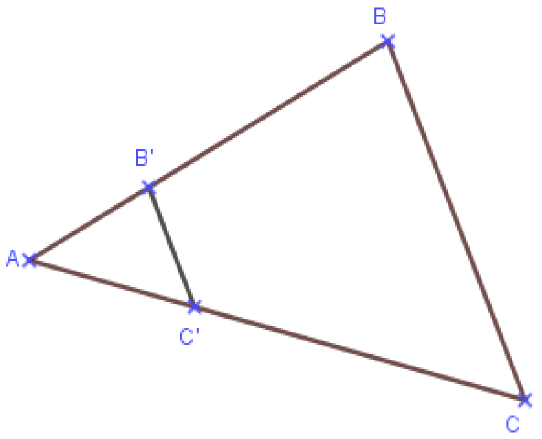


Calculons les rapports des côtés des triangles :

$\frac{AB'}{AB} = 0,5$ $\qquad$ $\frac{AC'}{AC} = 0,5$ $\qquad$ $\frac{B'C'}{BC} = 0,5$

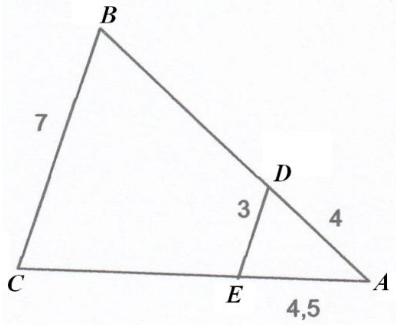
Que constate-t-on ? $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

2. Théorème dans un triangle



Dans le triangle ABC
Si B'∈ [AB], C'∈ [AC] et si (B'C') // (BC)
Alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

3. <u>Application</u>



Soit ABC un triangle, D un point de [AB], E un point de [AC] et (DE) // (BC).

AD = 4cm, AE = 4,5cm, DE = 3cm et BC = 7cm.

Quelle est la longueur AB , la longueur AC ?

Dans le triangle ABC, D est un point de [AB], E est un point de [AC] et (DE) // (BC)

D'après le théorème de Thalès :

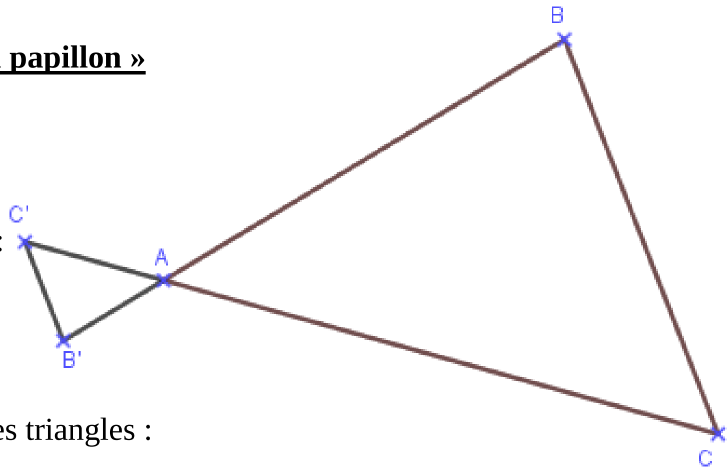
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \qquad \frac{4}{AB} = \frac{4,5}{AC} = \frac{3}{7}$$

$$AB = \frac{7 \times 4}{3} = \frac{28}{3} \approx 9,3 \qquad AC = \frac{4,5 \times 7}{3} = 10,5$$

AB ≈ 9,3 cm et AC = 10,5 cm

II. <u>Le théorème de Thalès « version papillon »</u>

1. <u>Introduction</u>



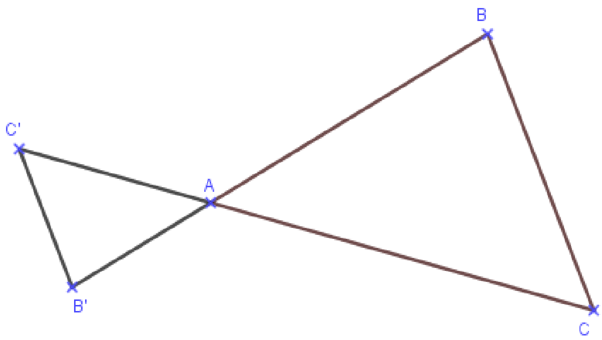
Soit un triangle ABC.
Soient les points B' et C' tels que :
B'∈ (AB] et B'∉ [AB],
C' ∈ (AC] et C' ∉[AC],
(BC) // (B'C')

Calculons les rapports des côtés des triangles :

$$\frac{AB'}{AB} = 0,25 \qquad \frac{AC'}{AC} = 0,25 \qquad \frac{B'C'}{BC} = 0,25$$

Que constate-t-on ? $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

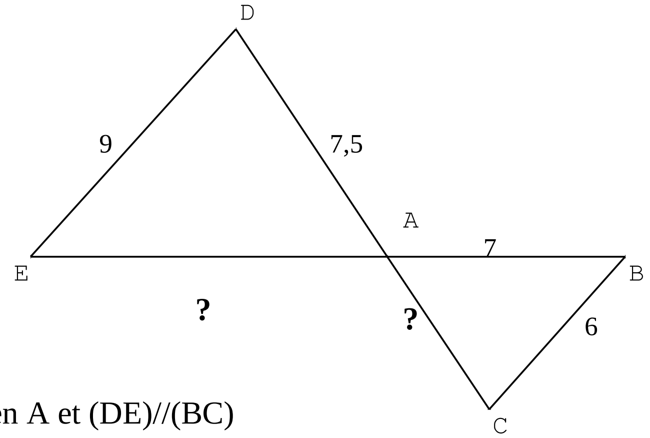
2. <u>Théorème « version papillon »</u>



Si (BB') et (CC') sont deux droites sécantes en A et si (B'C') et (BC) sont parallèles

Alors $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

3. Application



Calculer AC et AE, sachant que : (DE) // (BC). (Unité : le cm)

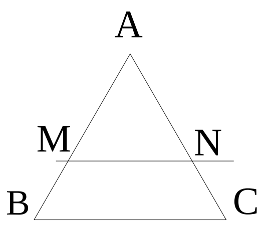
Les droites (DC) et (BE) sont sécantes en A et (DE)//(BC)

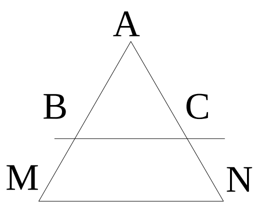
D'après le Théorème de Thales : $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{BC}{ED}$

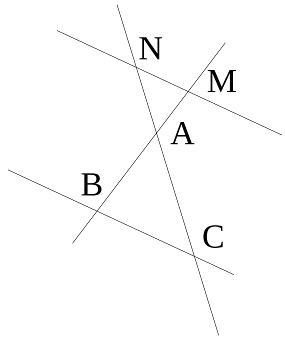
$$\frac{7}{AE} = \frac{AC}{7,5} = \frac{6}{9}$$

D'où : $AC = \dfrac{7,5 \times 6}{9} = \dfrac{45}{9} = 5\,cm$ et $AE = \dfrac{7 \times 9}{6} = \dfrac{63}{6} = \dfrac{21}{2} = 10,5cm$

III. Remarques







Le triangle ABC est l'image du triangle AMN par une homothétie de centre A.

Les triangles ABC et AMN sont semblables.

Les côtés correspondants des triangles ABC et AMN sont proportionnels.

Le triangle ABC est un agrandissement ou une réduction du triangle AMN.