

Angles alternes internes et correspondants

5^{ème}

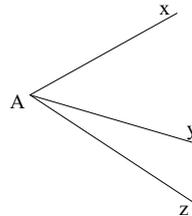
I. Vocabulaire sur les angles

1. Angles adjacents

Deux angles sont adjacents lorsque :

- ◆ Ils ont leur sommet en commun
- ◆ Ils ont un côté commun
- ◆ Ils sont de part et d'autre du côté commun

$x\hat{A}z$ et $y\hat{A}z$ sont 2 angles adjacents.



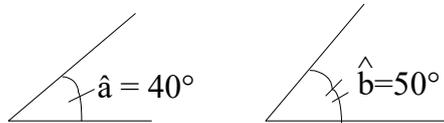
Contre-exemples

$x\hat{U}y$ et $y\hat{V}z$ ne sont pas deux angles adjacents. Ils n'ont pas de sommet commun.	$x\hat{O}y$ et $z\hat{O}t$ ne sont pas deux angles adjacents. Ils n'ont pas de côté commun.	$x\hat{O}y$ et $x\hat{O}z$ ne sont pas 2 angles adjacents. Ils ne sont pas de part et d'autre du côté commun.

2. Angles complémentaires

Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 90°

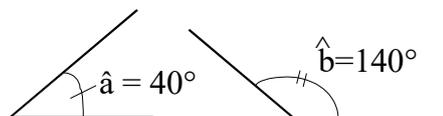
$$\hat{a} + \hat{b} = 90^\circ$$



3. Angles supplémentaires

Deux angles sont supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180°

$$\hat{a} + \hat{b} = 180^\circ$$

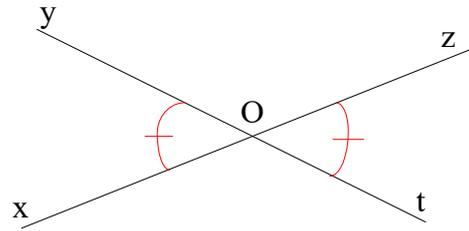


4. Angles opposés par le sommets

a) Définition

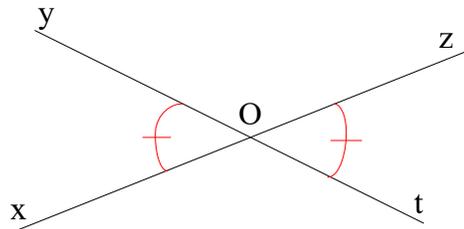
Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu'ils ont le même sommet et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

\widehat{xOy} et \widehat{zOt} sont opposés par le sommet.

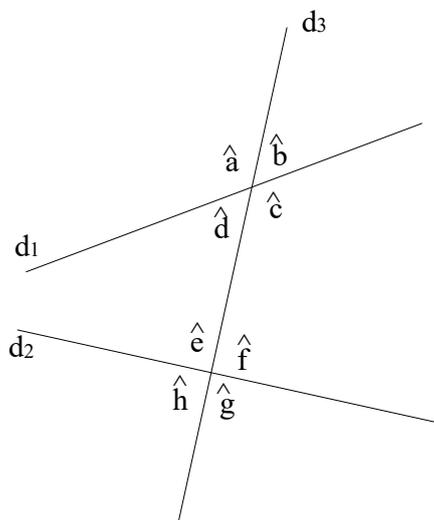


b) Propriété

Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.



5. Angles alternes internes ; Angles correspondants

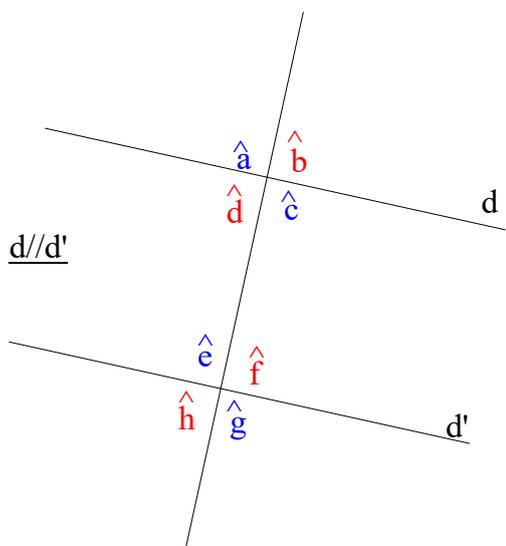


Deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (d_3) forment deux paires d'angles alternes internes et quatre paires d'angles correspondants.

Les angles \hat{d} et \hat{f} ; \hat{c} et \hat{e} sont dits alternes internes pour les droites (d_1) et (d_2) et la sécante (d_3)

Les angles \hat{a} et \hat{e} ; \hat{d} et \hat{h} ; \hat{b} et \hat{f} ; \hat{c} et \hat{g} sont dits correspondants pour les droites (d_1) et (d_2) et la sécante (d_3).

II. Propriétés des angles alternes internes et correspondants



1. Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes internes qu'elles déterminent sont égaux.

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants qu'elles déterminent sont égaux.

Si $(d) // (d')$ alors :

Angles alternes internes : $\hat{d} = \hat{f}$; $\hat{c} = \hat{e}$

Angles correspondants : $\hat{a} = \hat{e}$; $\hat{d} = \hat{h}$; $\hat{b} = \hat{f}$; $\hat{c} = \hat{g}$

Exemples de rédaction :

une MÉTHODE pour montrer que deux angles ont la même mesure → exercices 31 à 34

Montrer que les angles \widehat{EAB} et \widehat{AEC} ont la même mesure.

$(AB) // (EC)$

On sait que les droites (AB) et (EC) sont parallèles et les angles \widehat{EAB} et \widehat{AEC} sont alternes-internes.

On utilise : « Si deux droites sont parallèles et qu'elles sont coupées par une sécante, alors les mesures des angles alternes-internes qu'elles déterminent sont égales. »

Donc les angles \widehat{EAB} et \widehat{AEC} ont la même mesure.

Déterminer la mesure de l'angle \widehat{SOT} .

$(RI) // (TO)$

On sait que les droites (RI) et (TO) sont parallèles et les angles \widehat{SIR} et \widehat{SOT} sont correspondants.

On utilise : « Si deux droites sont parallèles et qu'elles sont coupées par une sécante, alors les mesures des angles correspondants qu'elles déterminent sont égales. »

Donc les mesures des angles \widehat{SIR} et \widehat{SOT} sont égales et $\widehat{SOT} = 67^\circ$.

- 1 On repère les deux droites parallèles et les deux angles.
- 2 On énonce la propriété.
- 3 On conclut.

2. Propriété réciproque

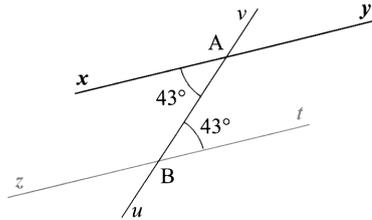
Si deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante en formant des angles alternes internes égaux alors les droites (d) et (d') sont parallèles.

Si deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante en formant des angles correspondants égaux alors les droites (d) et (d') sont parallèles.

Exemple de rédaction :

Énoncé

Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites (xy) et (zt) ?



Je sais que :

Les droites (xy) et (zt) sont coupées par la sécante (uv) et les angles \widehat{xAv} et \widehat{Btu} sont alternes internes et égaux.

J'utilise :

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes internes égaux alors ces droites sont parallèles.

Je conclus :

Les droites (xy) et (zt) sont parallèles.