ARITHMÉTIQUE

Nombres premiers

<u>Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre n, on peut tester tous les nombres jusqu'à √n</u>

Définition

Un nombre premier n'a que deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23.

Crible d'Ératosthène

Il permet de trouver les nombres premiers.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Les nombres entourés sont premiers.

Décomposition

Un nombre entier peut se décomposer en produit de facteurs premiers.

Exemples :
- $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
- $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$

<u>Méthode:</u>

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

On teste les divisions successives avec les nombres premiers jusqu'à ce qu'on arrive à 1

Fraction irréductible

C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Exemple : $\dfrac{84}{315} = \dfrac{2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 3 \times 5 \times \cancel{7}} = \dfrac{4}{15}$

Pour trouver la fraction irréductible on peut faire la décomposition en facteurs premiers du numérateurs et du dénominateurs

Critères de divisibilité

Par 2, 5 ou 10

Un entier est divisible :
- **par 2**, s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 (c'est un nombre pair) ;
- **par 5**, s'il se termine par 0 ou 5 ;
- **par 10**, s'il se termine par 0.

Par 3 ou 9

Un entier est divisible :
- **par 3**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- **par 9**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Par 4

Un entier est divisible **par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est un multiple de 4.

Division euclidienne

dividende	1	9	6	5	diviseur
	− 1	5		39	quotient
	0	4	6		
		− 4	5		
reste		0	1		

Le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.
- **dividende = (diviseur × quotient) + reste**
- **reste < diviseur**

Diviseurs et multiples

Vocabulaire

Le reste de la division euclidienne de 51 par 3 ou par 17 est **nul**.
- 17 et 3 sont des **diviseurs** de 51.
- 51 est un **multiple** de 3 et 17.
- 51 est **divisible** par 3 et 17.

Diviseur commun

<u>S'il n'y pas de diviseurs communs à part 1 on dit que les nombres sont premiers entre eux</u>

Un diviseur commun à deux entiers divise à la fois les deux entiers.

Exemples

3, 7 et 21 sont des diviseurs communs à 84 et 315.