

Nombres rationnels : fractions, prendre une fraction d'un nombre égalité de fractions, comparaison, proportion

I. Calculer une fraction d'un nombre

$\frac{3}{5}$ de 6 c'est calculer $\frac{3}{5} \times 6$

Pour le calcul on remplace le **de** par l'opérateur \times

II. Règle

Multiplier un nombre par une fraction :

- C'est multiplier ce nombre par le quotient.

$$6 \times \frac{3}{5} = 6 \times 0,6 = 3,6$$

- C'est multiplier ce nombre par le numérateur, puis diviser le résultat par le dénominateur.

$$6 \times \frac{3}{5} = 6 \times 3 \div 5 = 18 \div 5 = 3,6$$

- C'est diviser ce nombre par le dénominateur, puis multiplier le résultat par le numérateur.

$$6 \times \frac{3}{5} = 6 \div 5 \times 3 = 1,2 \times 3 = 3,6$$

Applications

$$\frac{3}{4} \text{ de } 12 \Rightarrow \frac{3}{4} \times 12 = (12 \div 4) \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

$$\frac{7}{5} \text{ de } 115 \Rightarrow \frac{7}{5} \times 115 = (115 \div 5) \times 7 = 23 \times 7 = 161$$

III. Ecritures fractionnaires égales

1) Propriété

Si l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre, on obtient une écriture fractionnaire égale.

Soient $a, b \neq 0, k \neq 0$ trois nombres : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

2. Exemples :

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} \quad \frac{21}{35} = \frac{7 \times 3}{7 \times 5} = \frac{3}{5}$$

3. Application : simplification d'écritures fractionnaires :

- a) Simplifier une fraction, c'est diviser son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier. Lorsqu'une fraction n'est plus simplifiable, on dit qu'elle est la plus simple possible ou **irréductible**.

b) Exemples

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{3} ; \quad \frac{128}{38} = \frac{2 \times 64}{2 \times 19} = \frac{64}{19} ; \quad \frac{462}{546} = \frac{231 \times 2}{273 \times 2} = \frac{231}{273} = \frac{77 \times 3}{91 \times 3} = \frac{77}{91} = \frac{7 \times 11}{7 \times 13} = \frac{11}{13}$$

IV. Comparer des écritures fractionnaires

1) Écritures fractionnaires de même dénominateur

De deux écritures fractionnaires de *même dénominateur*
la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemples : $\frac{17}{19}$ et $\frac{15}{19}$: $17 > 15$ donc $\frac{17}{19} > \frac{15}{19}$

2) Écritures fractionnaires de même numérateur

De deux écritures fractionnaires de *même numérateur*
la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemple : $\frac{19}{17}$ et $\frac{19}{15}$: $17 > 15$ donc $\frac{19}{15} > \frac{19}{17}$

3) Autres cas

En écriture fractionnaire, pour comparer 2 nombres lorsque le numérateur et le dénominateur sont différents :

- On commence par les écrire avec le même dénominateur.
- On compare les numérateurs

a) Comment comparer $\frac{17}{20}$ et $\frac{4}{5}$?

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20} \text{ donc } \frac{17}{20} > \frac{4}{5}$$

b) Ranger les écritures fractionnaires dans l'ordre croissant

$$\begin{array}{cccccc} \frac{7}{12} & \frac{3}{4} & \frac{5}{12} & \frac{2}{3} & \frac{5}{6} & \frac{1}{2} \\ \frac{7}{12} & \frac{3}{4} = \frac{9}{12} & \frac{5}{12} & \frac{2}{3} = \frac{8}{12} & \frac{5}{6} = \frac{10}{12} & \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \\ \frac{5}{12} < \frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{5}{6} \end{array}$$

4) Comparer une écriture fractionnaire à 1 :

Si dans une écriture fractionnaire, le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors cette écriture fractionnaire est supérieure à 1.

Exemples : $15 > 14$ donc $\frac{15}{14} > 1$;

Utilisation :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{13}{10} \text{ et } \frac{2}{3} \\ \frac{13}{10} > 1 \\ \frac{2}{3} < 1 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{13}{10} > \frac{2}{3} \quad \left| \quad \left. \begin{array}{l} \frac{3}{2} \text{ et } \frac{4}{5} \\ \frac{3}{2} > 1 \\ \frac{4}{5} < 1 \end{array} \right\} \text{ donc } \frac{3}{2} > \frac{4}{5}$$

V. Proportion

Une proportion peut s'exprimer sous forme **d'une fraction, d'un nombre décimal** ou **d'un pourcentage**

Exemple

Dans une classe de 5^e, il y a 18 filles sur un total de 30 élèves.

On dit que la **proportion** de filles dans cette classe est égale à : $\frac{\text{nombre de filles}}{\text{nombre total d'élèves}} = \frac{18}{30}$.

On dit aussi que cette proportion est de **0,6** car $\frac{18}{30} = 0,6$.

Comme $0,6 = \frac{60}{100}$, on dit aussi que cette proportion est de $\frac{60}{100}$ ou **60 %**.