

Homothétie

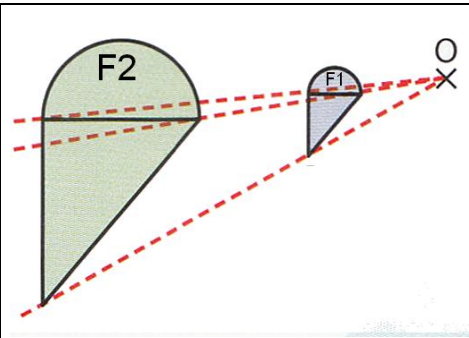
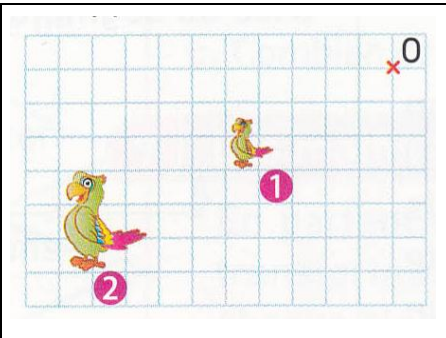
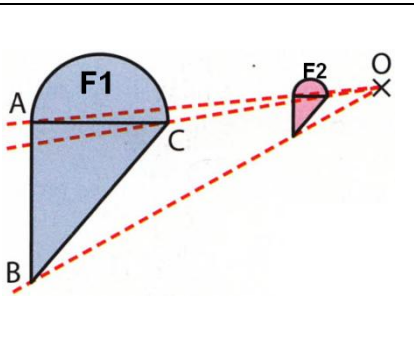
I. Transformer une figure par une homothétie

1) Définition

Une homothétie de rapport k (avec k nombre relatif non nul) permet d'agrandir ou de réduire une figure à partir d'un point choisi comme centre, dans le rapport k , si k est positif ou dans le rapport $-k$ si k est négatif.

Une homothétie est définie par :
• Un centre
• Un rapport k non nul.

2) Exemples

 <p>La figure 2 un agrandissement de rapport 3 de la figure 1 : toutes les longueurs sont multipliées par 3.</p>	 <p>La figure 2 est un agrandissement de la figure 1 par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 2$.</p>	 <p>La figure 2 est une réduction de la figure 1 par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 0,25$.</p>
--	--	--

Lorsque $k > 1$ l'homothétie effectue un **agrandissement** de la figure.

Lorsque $0 < k < 1$ l'homothétie effectue une **réduction** de la figure.

3) Propriétés

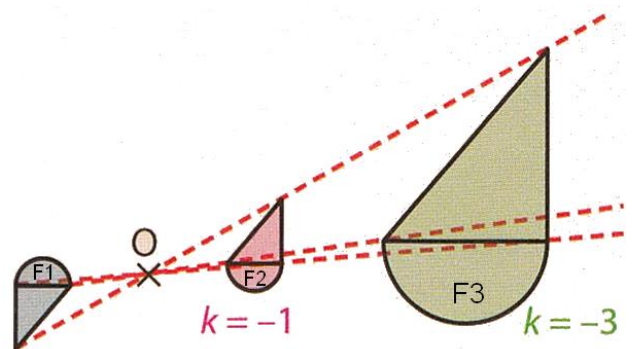
Une figure et son image par une homothétie ont la même forme.
L'homothétie conserve les alignements et les angles.

4) Rapport négatif

Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de l'autre côté du centre de l'homothétie, la figure effectue un demi-tour autour de ce centre. C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif.

Remarque

Une homothétie de rapport $k = -1$ est une symétrie centrale



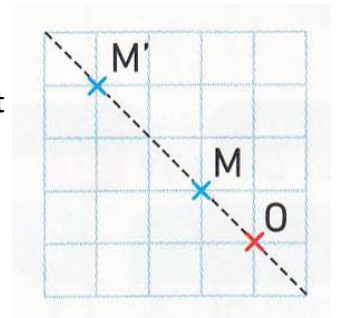
II. Construire l'image d'un point par une homothétie

1) Construction

Pour construire l'image M' d'un point M par l'homothétie de centre O et de rapport 3 :

On trace la droite (OM) . M' est du même côté que M par rapport à O (car k est positif).

On place M' sur (OM) tel que : $OM' = 3OM$



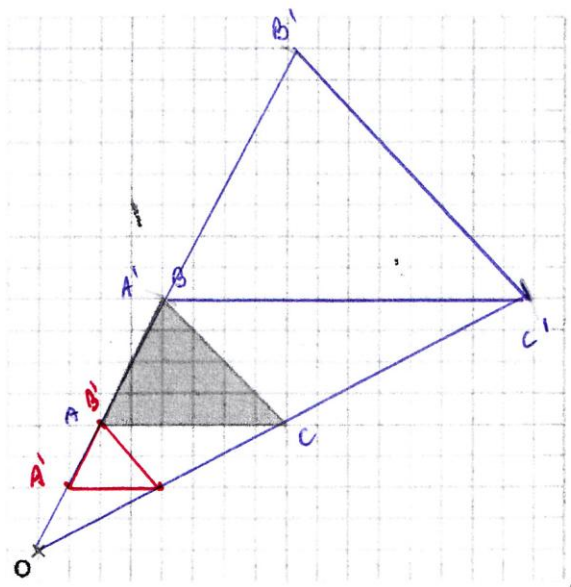
2) Propriété :

Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont alignés.

Exercice 1 :

a. Construis **en bleu** l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;

b. Construis **en rouge** l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.



Exercice 2 :

Construis l'image du triangle par l'homothétie de centre O et de rapport -2.

