Equations

3ème

I) Définitions et propriétés

1) Définitions

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus.
Ceux-ci sont désignés par des lettres (x, y, z, …).

Exemple :

$$\underbrace{x+3}_{1° \text{ membre}}=\underbrace{12-2x}_{2° \text{ membre}}$$

Résoudre une équation à une inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs numériques que l'on peut donner à x pour que l'égalité soit vraie.
Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

Exemples :

On considère l'équation d'inconnue x : $x+3=12-2x$
3 est-il solution de l'équation ? Oui car $3 + 3 = 6$ et $12 - 2 \times 3 = 12 - 6 = 6$
1 est-il solution de l'équation ? Non car $1 + 3 = 4$ et $12 - 2 \times 1 = 12 - 2 = 10 \neq 4$

2) Egalités et opérations (rappels 4ème)

1. Règle 1

   Lorsqu'on ajoute ou l'on retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
   Si a = b alors a + c = b + c
   Si a = b alors a – c = b – c

   Exemple : $x = 13$

   $x + 5 = 13 + 5$ $\quad x + 5 = 18$
   $x - 9 = 13 - 9$ $\quad x - 9 = 4$

2. Règle 2

   Lorsqu'on multiplie ou l'on divise par un même nombre (différent de zéro) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
   Si a = b alors a × c = b × c
   Si a = b alors a ÷ c = b : c

   Exemple : $x = 18$
   $x \times 3 = 18 \times 3$ $\quad x \times 3 = 54$ ou $3x = 54$
   $x \div 9 = 18 \div 9$ $\quad x \div 9 = 2$ ou $x / 9 = 2$

II) Résolution d'équations de la forme a x + b = c x + d

Résolution de l'équation **3x + 1 = 21 – 2x**

$$3x+1=21-2x$$
$$3x+1-1=21-2x-1 \longleftarrow$$

On soustrait 1 aux deux membres de l'égalité $3x + 1 = 21 - 2x$

$$3x=20-2x$$
$$3x+2x=20-2x+2x \longleftarrow$$

On ajoute $2x$ aux deux membres de l'égalité $3x = 20 - 2x$

$$5x=20$$
$$\frac{5x}{5}=\frac{20}{5} \longleftarrow$$

On divise par 5 ou l'on multiplie par 1/5 les deux membres de l'égalité $5x = 20$

$$x=4$$

Vérification : $3\times4+1=12+1=13 \quad 21-2\times4=21-8=13$

L'équation **$3x + 1 = 21 - 2x$** admet une seule solution **$x = 4$.**

III) Résoudre une équation produit

1. Propriété

- **Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.**
  Si a=0 ou b=0 alors ab=0
  Si un produit est nul, alors au moins l'un des facteurs est nul.
  Si ab=0 alors a=0 ou b=0

2. Exemples

$(x-1)(2x-4)=0$

Ce type d'équation est appelée **équation produit nul.**

$$x-1=0 \quad ou \quad 2x-4=0$$
$$x=1 \quad ou \quad 2x=4 \quad donc \quad x=4/2=2$$

Les solutions de l'équation sont 1 et 2.

IV) Equation de la forme $x^2 = a$ avec a > 0

1. Introduction

Résoudre l'équation **$x^2 = 4$**

On se ramène au cas $x^2 - 4 = 0$

On factorise $(x - 2)(x + 2) = 0$ d'où 2 solutions $x = -2$ ou $x = 2$.

2. Généralisation

Si $a \geq 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet 2 solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$
Si $a < 0$ alors l'équation n'a pas de solution