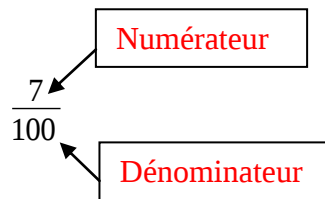


Chapitre 6 : Nombres décimaux et fraction décimale

I) Les nombres décimaux

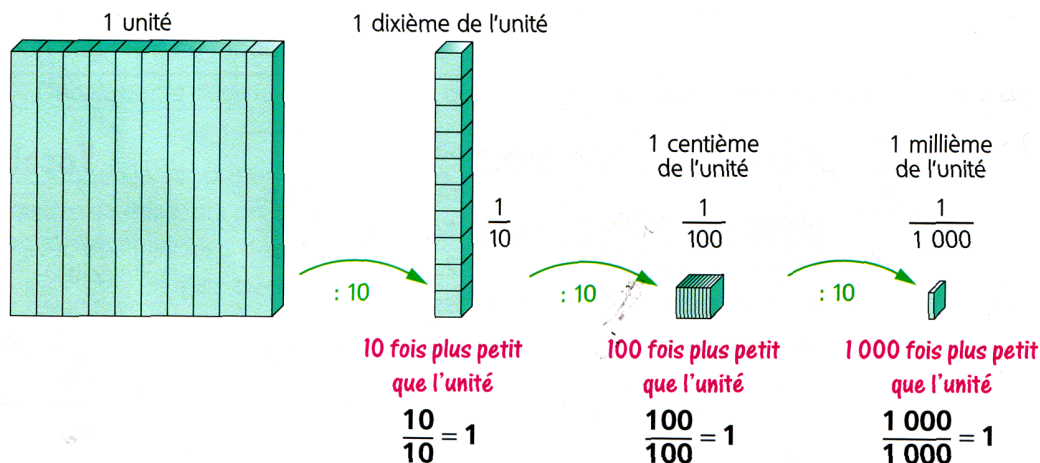
1. Fraction décimale



Définition

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000, ...

Exemple : $\frac{15}{1000}$ $\frac{123}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{18}{100000}$



2. Nombre décimal

a) Définition

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

b) Les mathématiciens au 16^{ième} siècle ont inventé une nouvelle écriture pour les fractions décimales afin de simplifier les calculs avec ces nombres.

$$\begin{aligned}\frac{1}{10} &= 0,1 && \text{1 dixième de l'unité} \\ \frac{1}{100} &= 0,01 && \text{1 centième de l'unité} \\ \frac{1}{1000} &= 0,001 && \text{1 millième de l'unité}\end{aligned}$$

Ainsi : $2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$ s'écrit 2,35 ; 2,35 est l'écriture décimale.

Remarque :

Un nombre entier est aussi un nombre décimal.

$$8 = \frac{80}{10} = 8,0 \text{ Le nombre entier 8 est un nombre décimal.}$$

c) Ecritures d'un nombre décimal

Un nombre décimal a plusieurs écritures possibles :

- Ecriture décimale : 3,157
- Ecriture fractionnaire : une seule fraction décimale

$$\frac{3157}{1000}$$

- Ecriture décomposée :

$$3 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000} \text{ somme d'un nombre entier et de fractions décimales.}$$

Ou bien

$$3,157 = 3 + \frac{157}{1000}$$

Partie
entière

Partie décimale

3. Rang des chiffres d'un nombre décimal

milliards			millions			milliers			unités			virgule	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités					
						7	3	0	7	4	3	,	8	0	2	
											0	,	0	0	1	5
				8	5	5	2	3	2	4	3	,	3			
										3	9	,	9	8		
	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	,				

Ecrire en toutes lettres les nombres :

730 743,802 ; 0,0015 ; 85 523 243,3

Sept cent trente mille sept cent quarante trois unités et huit cent deux millièmes.

Quinze dix-millièmes

Quatre-vingt-cinq millions cinq cent vingt-trois mille deux cent quarante trois unités et trois dixièmes

Ecrire en chiffres les nombres :

Trente-neuf unités et quatre-vingt-dix-huit centièmes.

Dix milliards un million mille dix.

39,98 ; 10 001 001 010

4. Définition d'un nombre décimal

Un nombre décimal a un nombre fini de chiffres après la virgule. Il est composé d'une partie entière entière et d'une partie décimale.

12,54 et 42,5489 sont des nombres décimaux, par contre les nombres $\frac{1}{3} = 0,33333...$

et $\pi = 3,141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279\ 5...$ ne sont pas des nombres décimaux

5. Zéros « inutiles »

On peut écrire ou supprimer des zéros à droite de la partie décimale ou à gauche de la partie entière d'un nombre décimal. Cela ne change pas sa valeur.

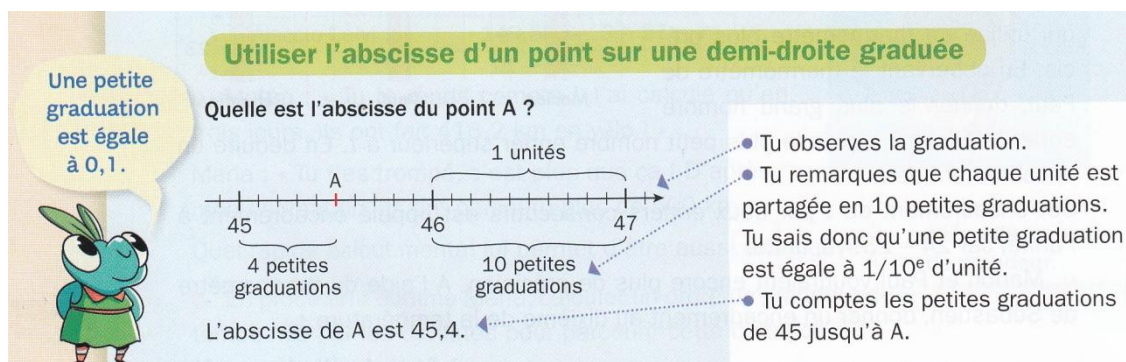
$$5,300 = 5,3 \quad 82,90 = 82,9 \quad 12 = 12,0$$

$$025,4 = 25,4 \quad 0023,5400 = 23,54$$

ATTENTION : $0,78 \neq 78$ $104 \neq 14$ $120,5 \neq 12,5$ $1,102 \neq 1,12$

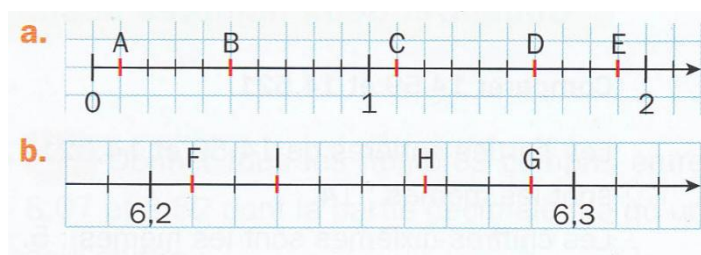
III. Repérage sur une droite graduée

1. Demi-droite graduée



2. Exemple

Dans chaque cas, indiquer les abscisses des points placés sur la demi-droite graduée.



a) A(0,1) ; B(0,5) ; C(1,1) ; D(1,6) ; E(1,9)

b) F(6,21) ; I(6,23) ; H(6,265) ; G(6,29)

IV. Comparer et ranger des nombres décimaux

1. Notation

Pour comparer les nombres, on utilise les symboles suivant :

$>$: supérieur $<$: inférieur

$\geq$: supérieur ou égal $\leq$: inférieur ou égal

Exemples : $3 < 5$ $6 > 2$ $4 \leq 5$ $3 \geq 3$

2. Règle 1 : Parties entières différentes

Lorsque les parties entières sont différentes, c'est le nombre décimal de plus grande partie entière qui est le plus grand.

$$305,85 > 85,305$$

$$8 > 6,631$$

$$3,1 < 13,5$$

3. Règle 2 : Parties entières égales

En cas d'égalité des parties entières, on compare les dixièmes. S'ils sont différents le plus grand nombre est celui dont le chiffre des dixièmes est le plus grand. En cas d'égalité des dixièmes, on regarde les chiffres des centièmes ...

$$305,85 < 305,96$$

$$2,051 > 2,049$$

4. Méthode pratique si les parties entières sont égales

$$2,1500 < 2,1539$$

On rajoute des zéros, de telle sorte que les deux nombres aient le même nombre de chiffres après la virgule.

$$1500 < 1539$$

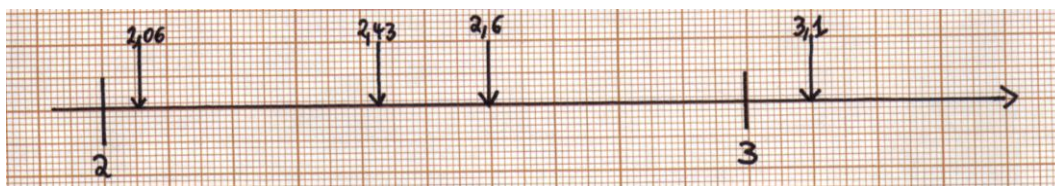
$$12,56500 > 12,54539$$

$$56500 > 54539$$

5. Utilisation d'une demi-droite graduée

Placer les nombres : 2 ; 3 ; 2,6 ; 2,06 ; 3,1 et 2,43 sur la droite graduée

Utilisation du papier millimétré



Ordre croissant : du plus petit au plus grand

$$2 < 2,06 < 2,43 < 2,6 < 3 < 3,1$$

Sur une droite graduée, les nombres sont rangés dans l'ordre croissant de gauche à droite.

Ordre décroissant : du plus grand au plus petit

$$3,1 > 3 > 2,6 > 2,43 > 2,06 > 2$$

Sur une droite graduée, les nombres sont rangés dans l'ordre décroissant de droite à gauche.

V. Encadrer et intercaler des nombres décimaux

1. Encadrer

Encadrer un nombre décimal, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand que ce nombre.

Exemple : Encadrements du nombre 16,258

- $16 < 16,258 < 17$ est un encadrement à l'unité du nombre 16,258.
- $16,2 < 16,258 < 16,3$ est un encadrement au dixième du nombre 16,258.
- $16,25 < 16,258 < 16,26$ est un encadrement au centième du nombre 16,258.

2. Intercaler

Un nombre est intercalé entre deux autres lorsqu'il est compris entre ces nombres.

Exemple : Intercaler un nombre entre 5,6 et 5,7

Par exemple on peut écrire : $5,6 < 5,62 < 5,7$

5,62 est intercalé entre 5,6 et 5,7.