

Chapitre 24 : Proportionnalité, échelle et vitesse moyenne 4^{ème}

I. Définition

- Si un plan est à l'échelle $\frac{3}{500000}$, cela signifie que **3** unités de longueur sur le plan représente 500 000 unités dans la réalité.
- Si un schéma est à l'échelle $4 = \frac{4}{1}$, cela signifie que **4** unités de longueur sur le schéma représente 1 unité dans la réalité.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{dis tan ce sur le plan}}{\text{dis tan ce réelle}}$$

avec la distance sur le plan et la distance réelle dans la même unité

Il y a proportionnalité entre la distance sur le plan et la distance réelle.

II. Exemple

Le plan est à l'échelle $\frac{3}{500000}$.

Cela signifie que 3cm sur la carte représentent 500 000cm en réalité c'est-à-dire 5km

La distance réelle entre la ville A et la ville B est de 10 km.

Quelle est la distance en cm sur la carte ?

La distance sur la carte entre la ville C et D est de 2 cm.

Quelle est la distance réelle en km?

On peut faire un tableau de proportionnalité :

Distance réelle en km	5	10	3,33
Distance sur la carte en cm	3	6	2

$$\frac{3 \times 10}{5} = 6$$

$$\frac{10 \times 2}{6} = \frac{20}{6} = 3,333...$$

La distance sur la carte entre les villes A et B est de **6 cm**

La distance réelles entre les villes C et D est **3,33 km**

III. Détermination d'une échelle

Calculer une échelle revient à calculer le coefficient de proportionnalité.

Distance réelle en cm	20
Distance sur la carte en cm	4

$$Echelle = \frac{4 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

a. Remarque :

L'échelle est un coefficient qui relie deux grandeurs de même nature (ici les longueurs), donc qui s'exprime sans unités.

b. Agrandissement et réduction

Si l'échelle est un nombre inférieur à 1, on a une **réduction** (carte; maquette)

Si l'échelle est un nombre supérieur à 1, on a un **agrandissement** (Schéma en biologie de cellules)

IV. Vitesse moyenne

1. Unités de temps

Convertir des heures décimales en h min s .

Convertir 0,7 h en heures minutes :

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$0,7 \text{ h} = 0,7 \text{ h} \times 60 \text{ min} = 42 \text{ min}.60\text{s}$$

Pour passer des heures en écriture décimale en heures minutes on multiplie par 60. (même chose pour passer des minutes en écriture décimale en secondes)

Convertir 5,6 h en heures minutes :

$$5,6 \text{ h} = 5\text{h} + 0,6 \text{ h} = 5\text{h} + 0,6 \times 60 \text{ min} = 5 \text{ h } 36 \text{ min}$$

Convertir 4,86 h en h min s:

$$4,86 \text{ h} = 4\text{h} + 0,86 \text{ h} = 4\text{h} + 0,86 \times 60\text{min} =$$

$$4\text{h} + 51,6 \text{ min} = 4\text{h} + 51\text{min} + 0,6 \times 60\text{s} = 4\text{h}51\text{min}36\text{s}$$

Convertir des h min s en heures décimales:

$$1\text{h } 30\text{ min} = 1,5\text{ h}$$

$$30 \div 60 = 0,5 \text{ donc } 1 + 0,5 = 1,5$$

$$2\text{h } 35\text{ min} = 120\text{min} + 35\text{ min}$$

$$35\text{ min} = 35 : 60\text{ h} = 0,6\text{ h (on divise par 60)}$$

$$2\text{h } 35\text{ min} = 2,6\text{ h}$$

2. Mouvement uniforme et vitesse moyenne

a) Définition

La **vitesse moyenne** v d'un objet en mouvement est le quotient de la distance parcourue d par la durée t du parcours.

En langage mathématiques : **vitesse** $\rightarrow v = \frac{d}{t}$

The diagram shows the formula $v = \frac{d}{t}$ in red. An arrow points from the word "Distance" to the variable d in the numerator. Another arrow points from the word "Temps" to the variable t in the denominator.

b) Exemples

- Un automobiliste parcourt 164 km en 2h. Quelle est sa vitesse moyenne ?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{164}{2} = 82$$

La vitesse est 82 km.h^{-1}

- Une voiture roule à la vitesse moyenne de 65 km.h^{-1} pendant 1h 12 min. Calculer sa distance parcourue.

$$d = v \times t$$

$$1\text{h } 12\text{ min} = 1\text{h} + \frac{12}{60}\text{ min} = 1\text{h} + 0,2\text{ min} = 1,2\text{ h}$$

$$d = 65 \times 1,2 = 78 \text{ donc la voiture a parcouru } 78\text{ km.}$$

- Un avion a parcouru 3400 km à la vitesse moyenne de 800km.h^{-1} .
Calculer la durée du vol en heures et minutes.

$$t = \frac{d}{v} ; t = \frac{3400}{800} = 4,25$$

Le vol a duré 4,25 h donc 4h 15 min.

c) Changement d'unités de vitesse

Les unités de vitesse les plus souvent rencontrées sont :

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} = \text{km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Convertir des km.h^{-1} en m.s^{-1}

Convertir 108 km.h^{-1} en m.s^{-1}

$$108 \text{ km.h}^{-1} = \frac{108\text{km}}{1\text{h}} = \frac{108000\text{m}}{3600\text{s}} = 30 \text{ m.s}^{-1}$$

- Convertir des m.s^{-1} en km.h^{-1}

- Convertir 15m.s^{-1} en km.h^{-1}

$$15\text{m.s}^{-1} = \frac{15\text{m}}{1\text{s}} = \frac{15 \times 3600\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{48000\text{m}}{1\text{h}} = \frac{48\text{km}}{1\text{h}} = 48\text{km.h}^{-1}$$

Exemples

Un TGV parcourt 205 km en 1h 15 min. Quelle est sa vitesse moyenne ?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{205}{1,25} = 164\text{km.h}^{-1}$$

Un chauffeur parcourt 161 km à la vitesse moyenne de 70 km.h^{-1} . Quelle est la durée du parcours ?

$$v = \frac{d}{t} \quad 70 = \frac{161}{t} \quad \text{donc } t = \frac{161}{70} = 2,3\text{h} = 2\text{h} + 0,3\text{h} = 2\text{h} + 0,3 \times 60 \text{ min} = 2\text{h}18 \text{ min}$$