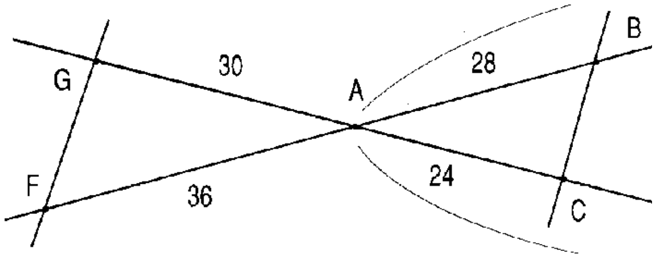
<u>Chapitre 5</u> : Théorème de Thales – Réciproque $3^{ème}$

I. Montrer que des droites ne sont pas parallèles



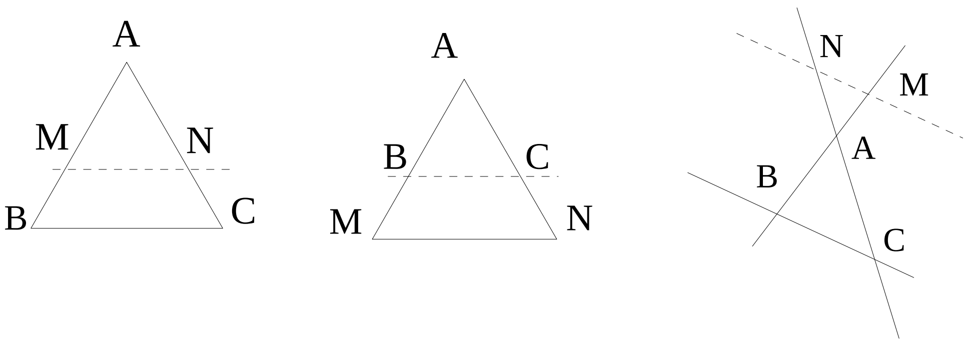
$$\frac{AF}{AB}=\frac{36}{28}=\frac{9}{7}\approx 1{,}285 \qquad \textit{donc} \qquad \frac{AF}{AB}\neq\frac{AG}{AC}$$
$$\frac{AG}{AC}=\frac{30}{24}=\frac{5}{4}=1{,}25$$

Si les droites étaient parallèles alors d'après le théorème de Thalès, les rapports $\frac{AF}{AB}$ *et* $\frac{AG}{AC}$ seraient égaux
Comme les rapports ne sont pas égaux les droites (FG) et (BC) ne sont pas parallèles. (Contra posée du théorème de Thalès)

II. Réciproque du théorème de Thales

Permet uniquement de montrer que deux droites sont parallèles

1. Enoncé

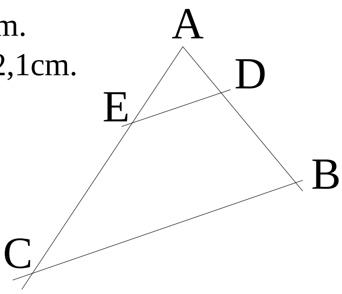


Soient deux droites (BM) et (CN) sécantes en A.
Si A, B, M et A, C, N ont des positions analogues et si que $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

Alors (BC) // (MN).

2. Application

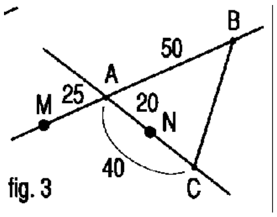
Soit ABC un triangle tel que AB = 3,6cm et AC = 5,4cm.
D∈[AB] tel que AD = 1,4cm et E∈[AC] tel que AE = 2,1cm.
Montrer que (DE) // (BC).



$\frac{AC}{AE} = \frac{5,4}{2,1} = \frac{18}{7}$ $\frac{AB}{AD} = \frac{3,6}{1,4} = \frac{18}{7}$

donc $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$ et A,E,C et A,D,B ont des positions analogues
D’après la réciproque du théorème de Thales (DE) // (BC).

3. Contre-exemples : Points non alignés dans le même ordre

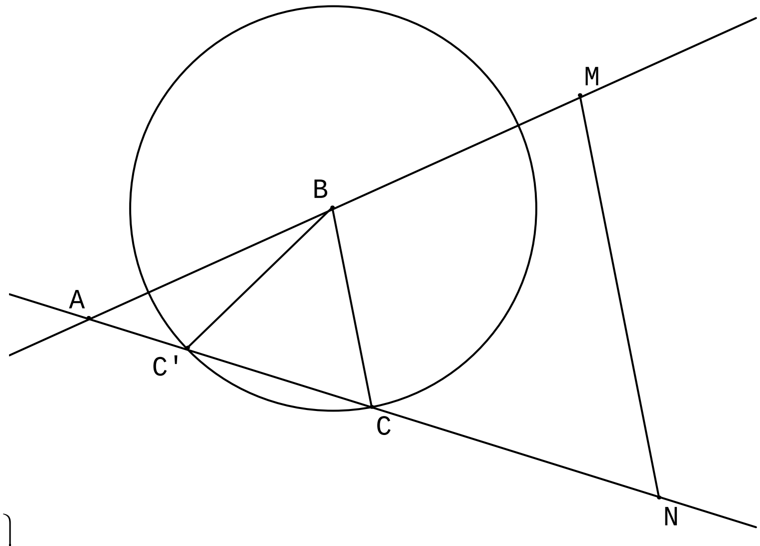


$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$ mais les points ne sont pas alignés dans le même ordre donc (BC) n’est pas parallèle à (MN).

4. Les bons rapports

(MN) // (BC)

BC’ = BC

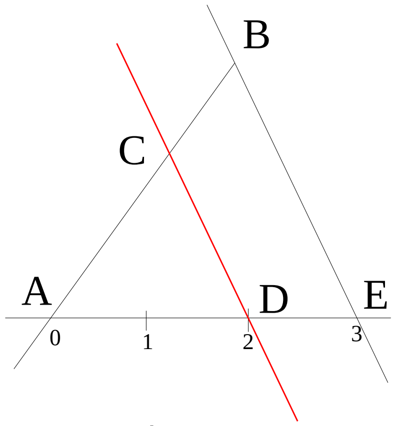


$\left.\begin{array}{c} \textit{Dans le triangle } AMN \\ B \in (AM) \textit{ et } C \in (AN) \\ (BC)//(MN) \end{array}\right\}$ *d'après le théorème de Thales* $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

A,B, M et A,C’, N ont des positions analogues et $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC'}$ *car* $BC' = BC$
Mais les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles

III.<u>**Construction :**</u>

1. Soit un segment [AB]. Construire à la règle et au compas le point C tel que : $AC = \frac{2}{3}AB$



a. On trace un droite d passant par A.

b. On gradue la droite d et on place les points D et E tel que : $AD = \frac{2}{3}AE$
d'où A(0), D(2) et E(3)

c. On trace la parallèle à (BF) passant par D. Elle coupe (AB) en C

<u>Démonstration</u> :

Par construction (BE)//(CD) d'après Thalès $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$. Comme par hypothèse $AD = \frac{2}{3}AE$ donc $\frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$ on a aussi $\frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$ d'où $AC = \frac{2}{3}AB$

2. Soit un segment [AB] tel que AB = 10 cm.
Placer les points M et N sur la demi-droite [AB] tel que $AM = \frac{2}{7}AB$ et $AN = \frac{11}{7}AB$.