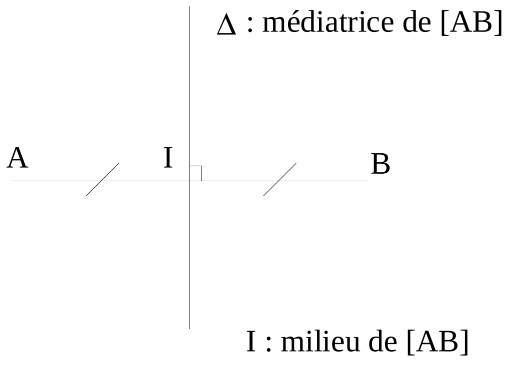
<u>Chapitre 6</u> : Médiatrices et cercle circonscrit 5ème

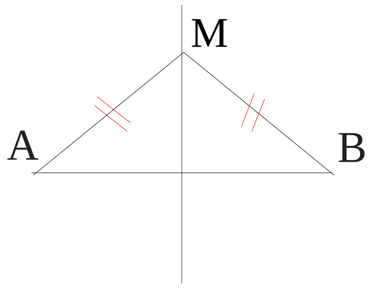
I. Médiatrice d'un segment

1) Définition



La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

2) Propriétés

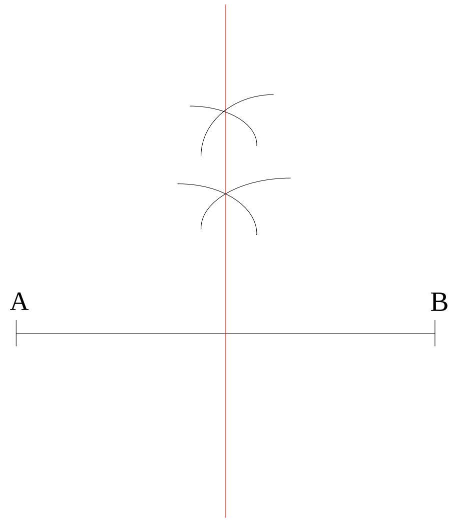


Si M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors il est équidistant des extrémités de ce segment. (MA = MB)

Si M est équidistant de deux points A et B alors il est sur la médiatrice du segment [AB].

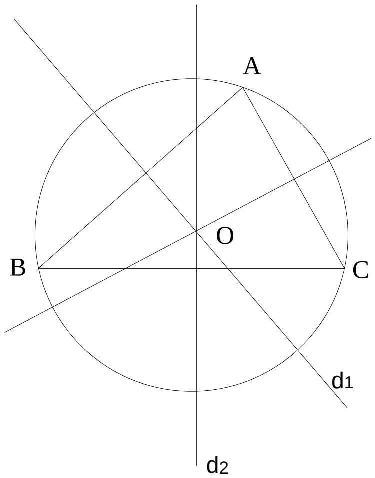
3) Construction au compas

Pour construire la médiatrice d'un segment, il suffit de construire deux points à égale distance des extrémités.



II. Cercle circonscrit à un triangle

Les médiatrices des trois côtés d'un triangle se coupent en un même point : on dit qu'elles sont concourantes.



Démonstration :

Tracer un triangle ABC tel que AB = 6cm, AC = 4 cm et BC = 3 cm.
Tracer la médiatrice (d1) du côté [AB] et la médiatrice (d2) du côté [BC]. Placer O, le point d'intersection des droites (d1) et (d2).
Puisque O est sur la médiatrice de [AB], il est équidistant des points A et B.
Donc OA = OB
Puisque O est sur la médiatrice de [BC], il est équidistant des points B et C
Donc OB = OC
On en déduit que OA = OC ainsi O est équidistant de A et de C, donc il est sur la médiatrice de [AC].
On peut donc en conclure que la médiatrice de [AC] passe par le point O

Conclusion : les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un même point

Le point de concours des médiatrices est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé le cercle circonscrit au triangle.

Preuve

D'après la démonstration précédente
OA = OB = OC donc O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC