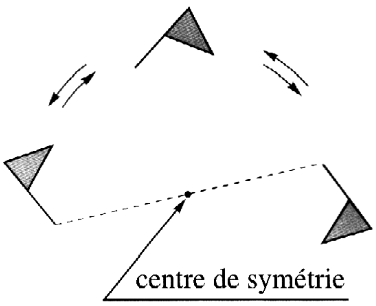
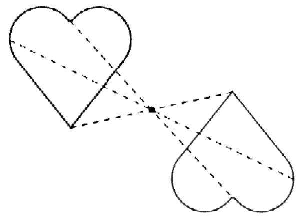
La symétrie centrale 5^e^

I. Introduction

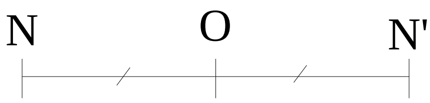
En faisant tourner une figure d'un demi-tour autour d'un point, on obtient la symétrique de la figure par rapport à ce point, cette transformation est appelée symétrie centrale.





Le centre de la symétrie est le milieu de tout segment reliant un point et son symétrique.

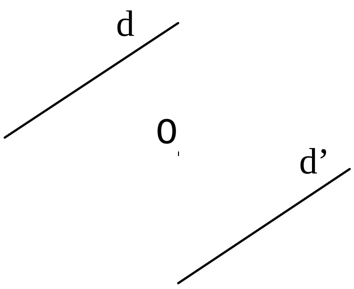
II. Définition de la symétrie centrale



N' symétrique de N par rapport au point O signifie que O milieu de [NN'].
Un seul point a pour symétrique lui-même : le centre O de la symétrie.

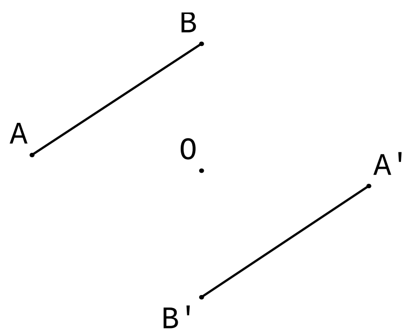
III. Propriétés de la symétrie de la symétrie centrale

a. Symétrique d'une droite



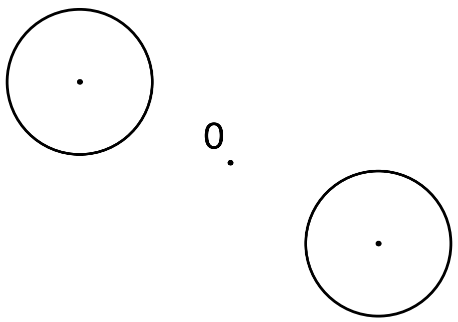
La symétrie centrale transforme une droite en une droite parallèle.

b. Symétrique d'un segment



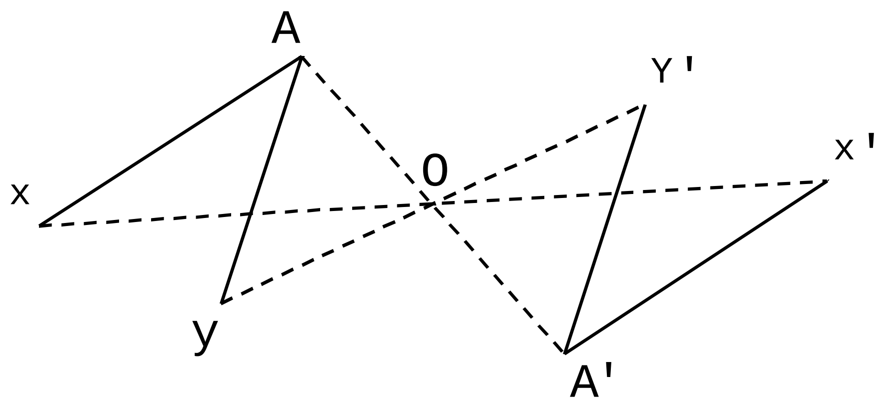
La symétrie centrale transforme un segment en un segment de même longueur.

c. Symétrique d'un cercle



La symétrie centrale transforme un cercle en un cercle de même rayon.

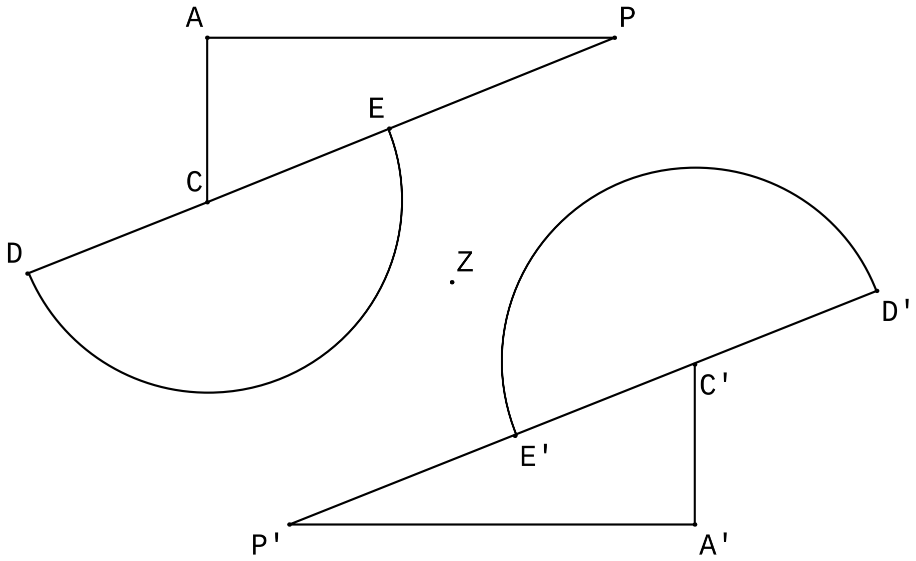
d. Symétrique d'un angle



La symétrie centrale conserve les mesures des angles

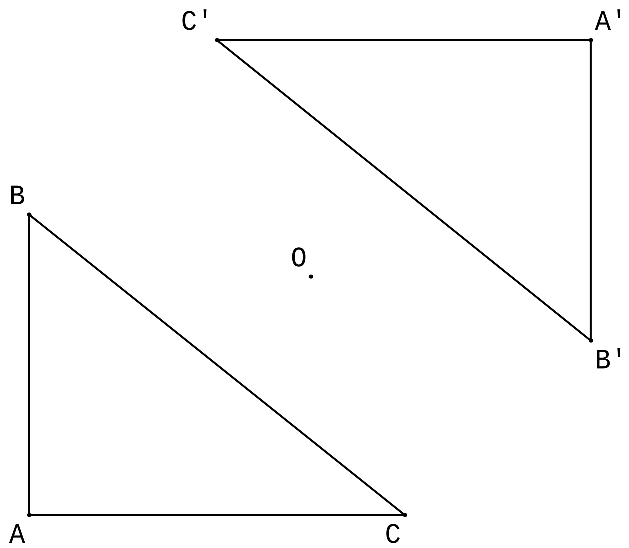
IV. Symétrique d’une figure quelconque

Construire la figure symétrique de la figure suivante par rapport au point Z.



V. Symétrie centrale et aires

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm et AC = 5 cm.
Soit A’B’C’ le symétrique du triangle ABC par rapport au point O.



Aire(ABC) = $5 \times 4 = 20$ cm²

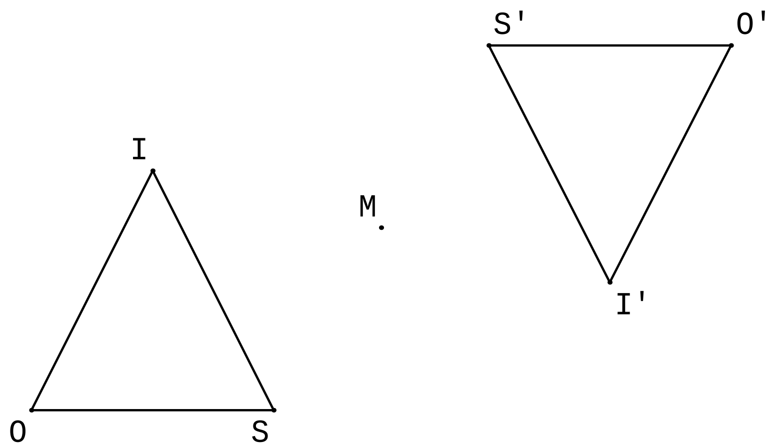
Aire (A’B’C’) = $5 \times 4 = 20$ cm²

Si deux figures sont symétriques par rapport a un point alors elles sont de même aire.

VI. Exemple d'utilisations des propriétés

Construire un triangle isocèle en I , ISO puis placer un point M à l'extérieur du triangle .
Tracer le symétrique I'O'S' du triangle ISO par rapport au point M .
Montrer que le triangle I'S'O' est isocèle en I'.

Figure :



Hypothèses : *Ce que l'on sait*

1) ISO est isocèle en I.
2) I'S'O' est le symétrique de ISO par rapport à M.

Démonstration *utilisant les hypothèses*

D'après l'hypothèse 1) **IS=IO .**

Comme **la symétrie centrale conserve les longueurs**, et d'après l'hypothèse 2), on a les égalités suivantes :

IS = I'S' IO =I'O' **et** OS = O'S'

Comme IS = IO alors I'S' = I'O' ce qui prouve que I'S'O' est un triangle isocèle en I'.

Conclusion :

I'S'O' est isocèle en I' .