

Agrandissements et réductions

1. Définition

Agrandir ou réduire une figure, c'est construire une figure de même forme en multipliant les longueurs de la figure initiale par un nombre k strictement positif.

On dit que k est le rapport d'agrandissement ou de réduction.

- Si $k > 1$ on a effectué un **agrandissement**
- Si $k < 1$ on a effectué une **réduction**
- Si $k = 1$, on a effectué une **reproduction**

2. Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les angles

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k

- Les longueurs sont toutes multipliées par k
- les mesures des angles sont conservées.

Exemple

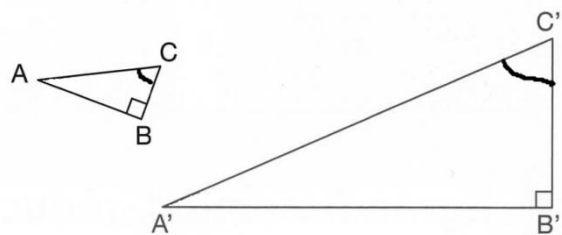
$A'B'C'$ est un agrandissement de la figure ABC de rapport 3,5

On peut écrire les égalités suivantes :

$$\bullet \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = 3,5$$

$$\bullet \angle ACB = \angle A'C'B'$$

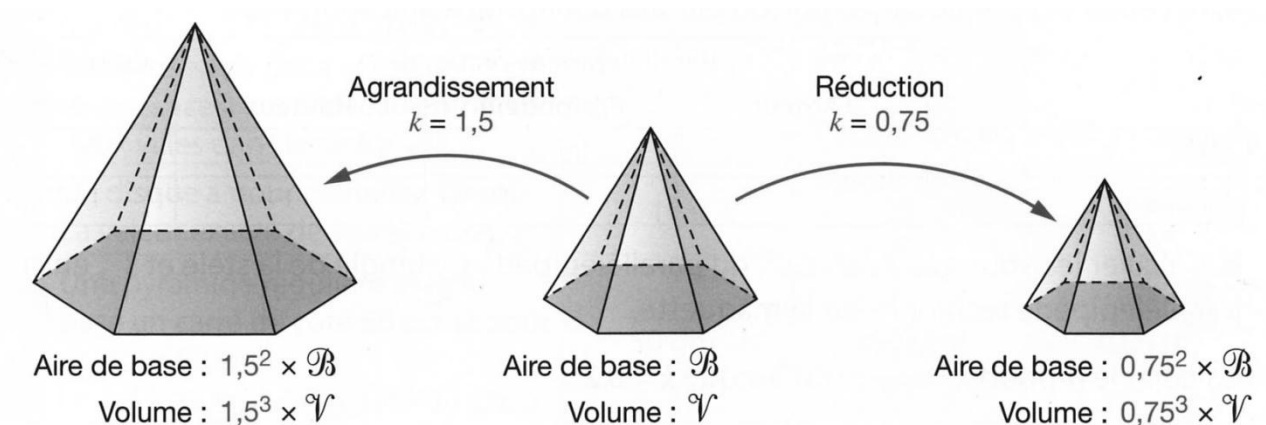
$$\bullet (AB) \perp (BC) \text{ donc } (A'B') \perp (B'C')$$



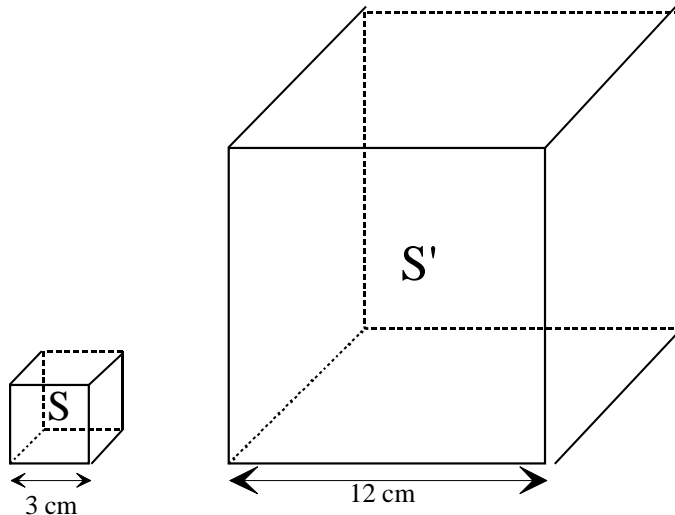
3. Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires et les volumes.

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k

- L'aire d'une surface est multipliée par k^2
- Le volume d'un solide est multiplié par k^3



4. Application : Calculer de deux manières différentes le volume du cube S'



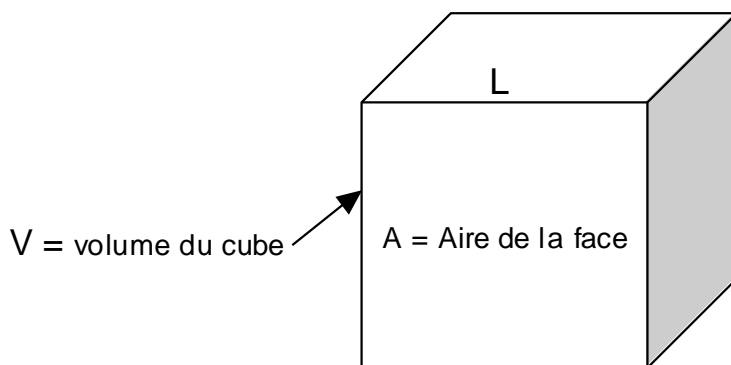
Les longueurs de S ont été multipliées par 4 pour obtenir S' .

$$\text{Volume}(S) = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$$

1^{ère} méthode : $\text{Volume}(S') = 12^3 \text{ cm}^3 = 1728 \text{ cm}^3$

2^{ème} méthode : $\text{Volume}(S') = 4^3 \times \text{Volume}(S) = 64 \times 27 \text{ cm}^3 = 1728 \text{ cm}^3$

5. Bilan



On pose $L = 5 \text{ cm}$, $A = 13 \text{ cm}^2$ et $V = 60 \text{ cm}^3$ et on pose $k = 0,8$

		Solide de départ	Solide après une réduction ou un agrandissement de rapport k	
		Exemples		Exemples
Longueur	L	$L = 5 \text{ cm}$	$L' = 0,8 \times L$	$L' = 0,8 \times 5 = 4 \text{ cm}$
Aire	A	$A = 13 \text{ cm}^2$	$A' = 0,8^2 \times A$	$A' = 0,8^2 \times 13 = 0,64 \times 13 = 8,32 \text{ cm}^2$
Volume	V	$V = 60 \text{ cm}^3$	$V' = 0,8^3 \times V$	$V' = 0,8^3 \times 60 = 0,512 \times 60 = 30,72 \text{ cm}^3$