

Calcul littéral : notion de variable, développer et factoriser

I) Notion de variable

1) Définition

Une expression littérale est une expression mathématique dans laquelle figure une ou plusieurs lettres, où chaque lettre représente un nombre variable.

Exemple :

$2x + 5$ est une expression littérale (x représente un nombre variable)

L'aire d'un disque est donnée par : $A = \pi r^2$ où r représente le rayon du disque.

L'aire du rectangle ABCD en fonction de sa longueur x et de sa largeur 5cm est $5 \times x \text{ cm}^2$

2) Simplifier des écritures

Pour simplifier les écritures des expressions littérales, on utilise les conventions suivantes :

On peut supprimer le signe \times :

Devant une lettre ou entre deux lettres : $7 \times x$ s'écrit : $7x$ et $x \times y$ s'écrit xy

Devant une parenthèse ou entre deux parenthèses : $7 \times (x + 1)$ s'écrit $7(x + 1)$ et

$(x + 2) \times (x + 5) = (x + 2)(x + 5)$

$1 \times x = x$; $-1 \times x = -x$; $0 \times x = 0$

3) Exemples de calculs de valeurs d'expressions littérales

$A = x^2 - 3x + 2$; calculer A pour $x = 2$ et $x = -3$

Pour $x = 2$, $A = 2^2 - 3 \times 2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$

Pour $x = -3$, $A = (-3)^2 - 3 \times (-3) + 2 = 9 + 9 + 2 = 20$

II) Développer et factoriser

1) La distributivité

k , a et b désignent des nombres relatifs.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

2) Développer une expression

Quand on transforme un produit en une somme ou différence, on dit qu'on développe.

Exemples :

$$2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$$

$$5(y - 2) = 5 \times y - 5 \times 2 = 5y - 10$$

$$2x \times (3 + x) = 2x \times 3 + 2x \times x = 6x + 2x^2 = 2x^2 + 6x$$

$$7(2x - 3) = 7 \times 2x - 7 \times 3 = 14x - 21$$

3) Factoriser une expression

Quand on transforme une somme ou une différence en un produit, on dit qu'on factorise.

Exemples :

$$2x - 2y = 2(x - y)$$

$$5x - 10 = 5x - 5 \times 2 = 5(x - 2)$$

$$7 - 7x = 7 \times 1 - 7x = 7(1 - x)$$

III) Réduire une expression littérale

1) Réduire une expression

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

2) Exemples :

$$A = 7x + 6x = (7 + 6)x = 13x$$

dans la pratique on réduit directement : $7x + 6x = 13x$

On compte les x , ce sont les termes en x .

$$B = 8x^2 - 10x^2 = (8 - 10)x^2 = -2x^2$$

On compte les x^2 , ce sont les termes en x^2 .

Attention !

L'expression $C = 5x - 7$ ne peut pas être réduite !

3) Autres exemples :

$$12x - 5x^2 + 7 - 4x^2 + 2x - 14 = -9x^2 + 4x - 7$$

On rassemble les termes en x^2 , puis en x , puis les termes constants (qui n'ont pas de partie littérale)

4) Supprimer des parenthèses et réduire :

Réduire les expressions suivantes : $A = 3x^2 + (2x + 7)$ et $B = 2x^2 - (3x - 5)$

On regarde le signe qui précède les parenthèses. Et on fait apparaître les multiplications. On distribue la multiplication par 1 ou -1.

$$A = 3x^2 + 1 \times (2x + 7) = 3x^2 + 1 \times 2x + 1 \times 7 = 3x^2 + 2x + 7$$

$$B = 2x^2 - 1 \times (3x - 5) = 2x^2 - 1 \times 3x - (-1) \times 5 = 2x^2 - 3x + 5$$