Arithmétique

1. Multiples et diviseurs

En effectuant la division euclidienne de 105 par 7 on obtient $105 = 7 \times 15 + 0$.
Le reste est donc égal à 0.

On dit alors que

…… est un multiple de ……
ou
…… est un diviseur de ……
ou
…… est divisible par ……

Exemples :
Donner 4 multiples de 5 : ……………………………………………………………………………………

Donner tous les diviseurs de 12 : ………………………………………………………………………………

400 est-il un multiple de 16 ? Justifier…………………………………………………………………………

7 est-il un diviseur de 211 ? Justifier…………………………………………………………………………

2. Divisibilité par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 ; 10.

Un nombre est divisible par		Exemples
2		
3		
4		
5		
9		
10		

3. Nombres premiers

a. Définition

Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts, 1 et lui-même.

b. Exemples :

7 est premier, il n'est divisible que par 1 et 7.
15 n'est pas premier, il est divisible par 3 et 5.

c. Remarques

Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même.
Le nombre 0 n'est pas premier car il admet une infinité de diviseurs.
Le nombre 2 est le seul nombre premier pair car tous les nombres pairs sont divisibles par 2.
Cette liste est infinie.

d. Nombres premiers jusqu'a 30

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

nombres premiers

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 :

4. Application aux fractions

Décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers

20 = 2 x 2 x 5 est une décomposition du nombre 20 en produits de facteurs premiers.

En effet, chaque facteur de la décomposition est un nombre premier.

Méthode : Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

Décomposer 84 en produits de facteurs premiers.

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,29

On commence par tester si **84** est divisible par **2** (1^{er} nombre premier).
La réponse est « oui » car **84** se termine par un chiffre pair.
Et on a : **84 : 2** = 42

84	**2**
42	

On recommence, en testant si **42** est divisible par **2**.
La réponse est « oui » et **42 : 2** = 21

84	2
42	**2**
21	

On recommence, en testant si **21** est divisible par 2.
La réponse est « non » !
On teste alors **le nombre premier suivant dans la liste**.
Est-ce que **21** est divisible par **3**.
La réponse est « oui ».
Et on a : **21 : 3** = 7
7 est un nombre premier divisible uniquement par 1 et **lui même**.

84	2
42	2
21	**3**
7	

Et on a **7 : 7** = 1.

C'est fini, on trouve 1 !

84	2
42	2
21	3
7	**7**
1	

La décomposition en facteurs premiers de 84 se lit dans la colonne de droite.

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

Exemples :

588		231		225	

588=

231 =

225 =

Fraction égales et simplifications

Méthode : Déterminer des fractions égales

Simplifier la fraction $\frac{153}{85}$.

Pour simplifier une fraction, il faut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 3 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

On a ainsi les décompositions de 153 et 85 :

$153 = 3 \times 3 \times 17$ et $85 = 5 \times 17$

Donc : $\frac{153}{85} = \frac{3\times3\times17}{5\times17} = \frac{3\times3}{5} = \frac{9}{5}$.

Exemple

Simplification de $\frac{120}{84}$

120		84	

Décomposition de 120 en produit de facteurs premiers : 120=
Décomposition de 84 en produit de facteurs premiers : 84=

$\frac{120}{84} =$

$\frac{120}{84} =$ ____ et ____ est une fraction simplifiée au maximum