Fonctions affines

1. Définition

Etant donnés deux nombres a et b, on définit une fonction affine f lorsque, à tout nombre x, on associe le nombre …………… (on multiplie x par a puis on ajoute b)

f : x → f(x) = ……………

2. Exemples

Soit la fonction $f : x \to 3x + 1$

Cela signifie qu'à un nombre x est associé le nombre ………………..

Le nombre ………. …est l'image du nombre x par la fonction f et est noté $f(x)$

$f(0) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $f(-1) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $f(1) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

C'est une ***fonction affine***

Exemples et contre- exemples

fonctions	Fonctions affines	Fonctions non affines
$f_1(x) = \dfrac{1}{x+2}$ $f_2(x) = 2{,}8x + 7$ $f_3(x) = 2x^3 + 1$ $f_4(x) = \dfrac{2}{3} - 5x$ $f_5(x) = 4x + 1$		

3. Représentation graphique

Dans un repère, la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = a\,x + b$ est une droite d'équation $y = a\,x + b$

a est ……………………………………….et b l'ordonnée …………………….

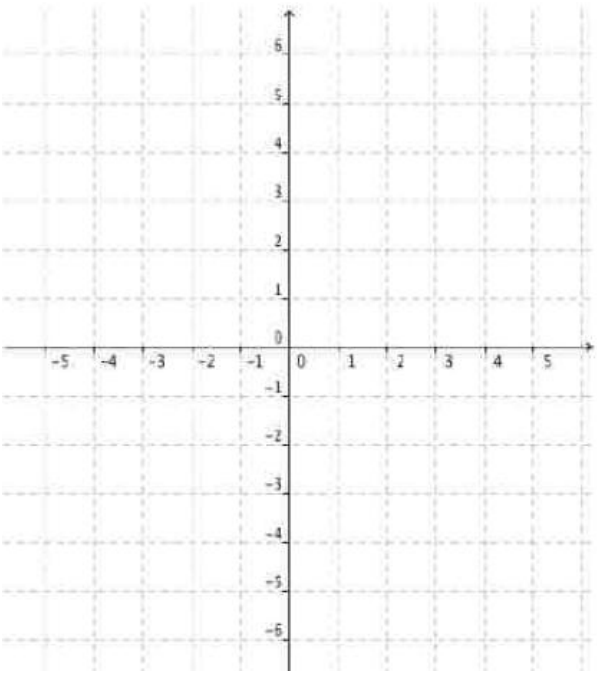
Exemple :

$f(x) = -3x + 2$

La représentation de la fonction affine f est une droite qui a pour équation $y = a\,x + b$.

Pour déterminer une droite il faut deux points.

On choisit arbitrairement deux valeurs de x.



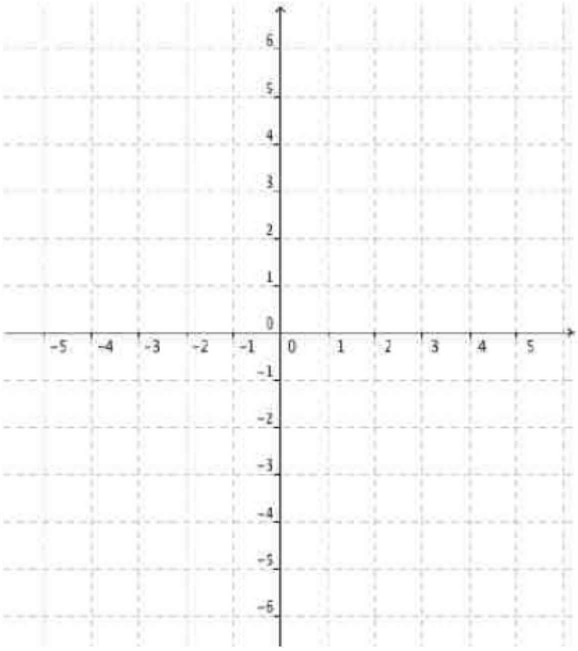
4. <u>Cas particuliers</u>

<u>b = 0</u>

f(x) = a x, donc *f* est une ………………………………………………………………

Une fonction linéaire est une fonction affine et sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

<u>Exemple</u> : f (x) = 2 x



<u>a= 0</u>

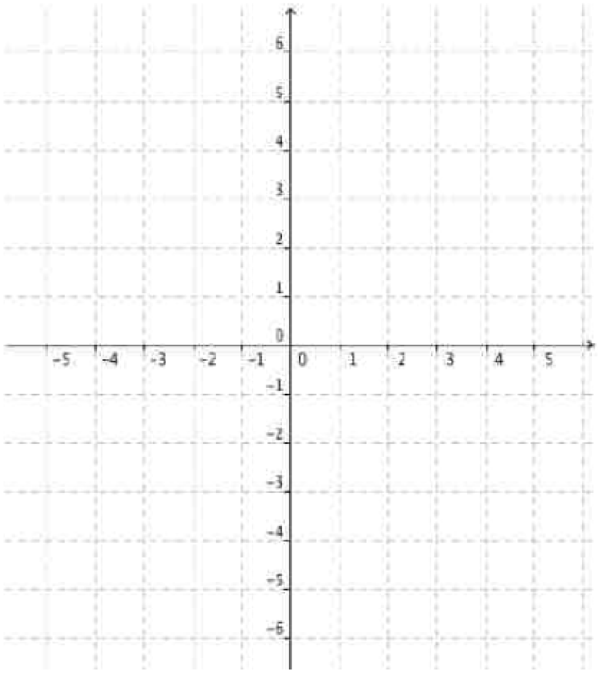
f*(x) = b* , à chaque nombre x, on associe constamment le même nombre fixe b.

La fonction *f* est appelée ………………………………………………………………….

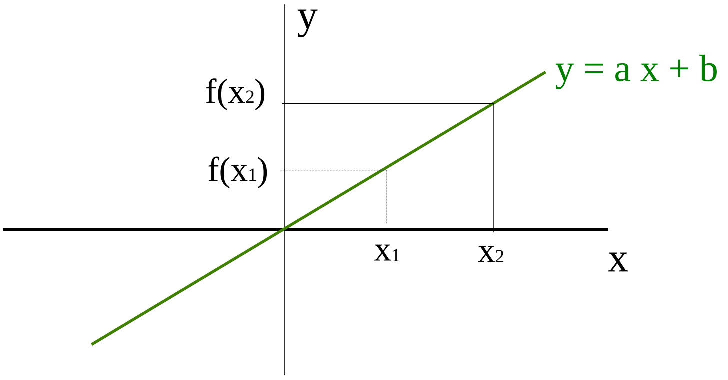
La représentation graphique est une droite d'équation *y = b*, …………………………….

……………………………………………………………………………………………

<u>Exemple</u> : f (x) = 3



5. <u>Proportionnalité des accroissements</u>



Soit f une fonction définie par $f(x) = a\,x + b$.
Lorsque x varie de x_1 à x_2 , l'accroissement de x est ………………
L'accroissement correspondant de l'image $f(x)$ est ……………….

Si *f* est une fonction définie par *f(x) = a x + b*, pour tous les nombres distincts x_1 et x_2 on a :

$$\boxed{a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \qquad x_1 \neq x_2}$$

Les accroissements des valeurs de *f(x) sont* **proportionnels aux accroissements des valeurs de *x*.**

<u>Démonstration</u> :
Soient f une fonction affine telle que f(x)=ax+b
Soit x_1 et x_2 deux nombres relatifs distincts.
On a donc $f(x_1)=ax_1+b$ et $f(x_2)=ax_2+b$
D'où $f(x_2)-f(x_1)=ax_2+b-(ax_1+b)= ax_2+b - ax_1-b= ax_2- ax_1=a(x_2-x_1)$
D'où $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ (« l'accroissement des f (x) divisé par l'accroissement de x »)

Cette propriété permet de calculer le nombre a connaissant deux nombres et leurs images.

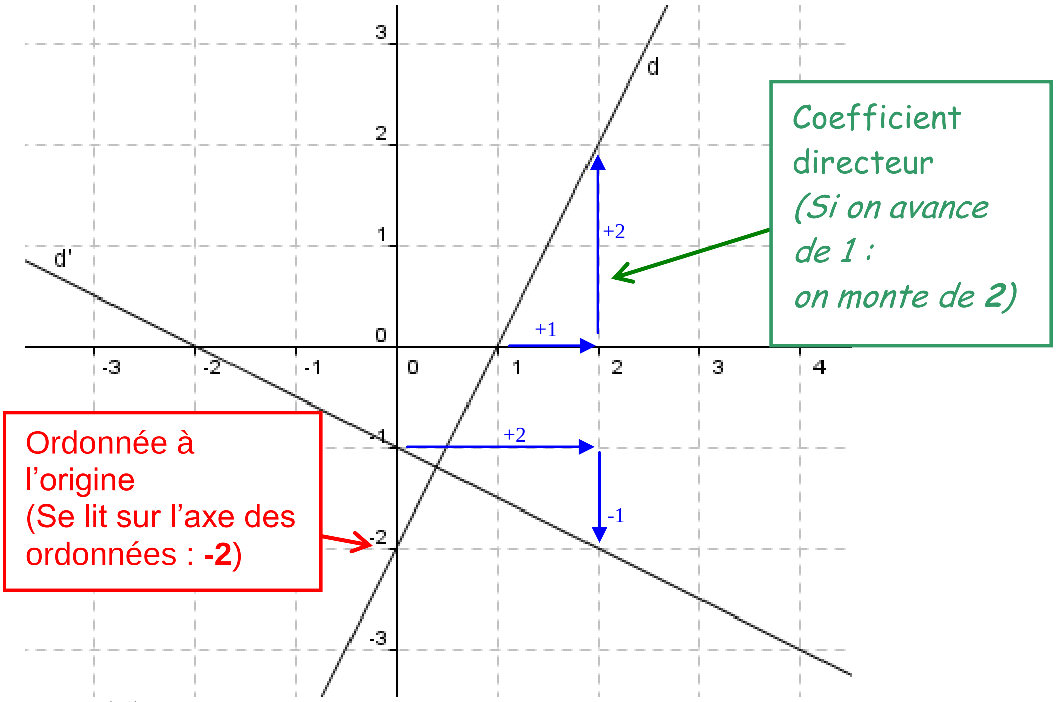
Exemple : f est une fonction affine telle que : f(3)=6 et f(5)=12.

6. <u>Exemple : Déterminer une fonction affine</u>
Soit la fonction affine f tel que *f* (2) = 11 et *f* (-1) = 2.
Posons $f(x) = a\,x + b$

La fonction affine cherchée est définie par $f(x) =$ ……………….

7. <u>Déterminer une fonction affine graphiquement</u>

Déterminer les fonctions affines f et g dont les représentations graphiques sont les droites (d) et (d') *(lire exercice corrigé 3p :169)*



<u>Pour (d)</u> :

La droite (d) coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ;-2).
L'ordonnée à l'origine est …

L'accroissement des f(x) est …….quand l'accroissement des x est ….. donc $a = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots$

Le coefficient directeur est ………

L'équation de (d) est: ……………… La fonction f est donc définie par f : x $\mapsto$

<u>Pour (d')</u> :

La droite (d') coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ;…).
L'ordonnée à l'origine est …

L'accroissement des f(x) est … quand l'accroissement des x est … donc a=
Le coefficient directeur est ……….

L'équation de (d') est :……………… La fonction g est donc définie par g :x $\mapsto$