Equations : notion d'inconnue, mettre un problème en équation, résoudre un problème

I) Définitions et propriétés

1) Définitions

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus.
Ceux-ci sont désignés par des lettres (x, y, z, t, …).
Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.

Exemple :

$$\underbrace{x+3}_{\text{1° membre}} = \underbrace{12-2x}_{\text{2° membre}}$$

Résoudre une équation à une inconnue x, c'est déterminer toutes les valeurs numériques que l'on peut donner à x pour que l'égalité soit vraie.
Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

Exemples :

Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

On considère l'équation d'inconnue x : $\mathbf{2\,x + 4 = 6}$
1 est-il solution de l'équation ? Oui car $2 \times 1 + 4 = 2 + 4 = 6$
Les deux membres ont la même valeur, donc l'égalité est vraie
On dit que 1 est une solution de l'équation $2x + 4 = 6$

3 est-il solution de l'équation ? Non car $2 \times 3 + 4 = 6 + 4 = 10 \neq 6$
Les deux membres n'ont pas la même valeur, donc l'égalité est fausse.
On dit que 3 n'est pas une solution de l'équation $2x + 4 = 6$

Méthode

Pour **tester si un nombre est une solution** d'une équation d'inconnue x :
- on calcule le membre de gauche en remplaçant x par cette valeur ;
- on calcule le membre de droite en remplaçant x par cette valeur ;
- on observe si les deux membres sont égaux ou non, et on conclut.

On considère l'équation d'inconnue x : **2 x – 4 = 1 + 3 x**
2 est-il solution de l'équation ?
Calcul du membre de gauche : 2 × 2 – 4 = 4 – 4 = 0
Calcul du membre de droite : 1 + 3 ×2 = 1 + 6 = 7
Les deux membres n'ont pas la même valeur pour x = 2 donc le nombre 2 n'est pas solution de l'équation 2 x – 4 = 1 + 3 x.

II) Egalités et opérations

1. Règle 1

Lorsqu'on ajoute ou l'on retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

On considère les nombres a, b et k :
Si a = b alors a + k = b + k
Si a = b alors a – k = b – k

Exemple : x = 13

x = 13 On ajoute **5** à chacun de ses membres : x + **5** = 13 + **5** x + 5 = 18	x = 13 On soustrait 9 à chacun de ses membres : x – **9** = 13 – **9** x – 9 = 4

2. Règle 2

Lorsqu'on multiplie ou l'on divise par un même nombre (différent de zéro) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

On considère les nombres a, b et k$\neq 0$:
Si a = b alors a × k = b × k
Si a = b alors a ÷ k = b : k

Exemple : x = 18

x = 18 On multiplie par **3** à chacun de ses membres : x × **3** = 13 × **3** x × 3 = 54 ou 3x = 54	x = 18 On divise par 9 chacun de ses membres : x ÷ **9** = 18 ÷ **9** x ÷ 9 = 2

III) Modéliser une situation

Trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 126.

Méthode

Quatre étapes permettent de bien organiser la résolution d'un problème à l'aide d'une équation.

1. Choix de l'inconnue

   Soit x le plus petit de ces entiers.
   Les trois entiers consécutifs sont alors x ; $x + 1$ et $x + 2$

2. Mise en équation du problème

   Si la somme est 126 on a : $x + (x + 1) + (x + 2) = 126$

3. Résolution de l'équation

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 126$$
$$3x + 3 = 126$$
$$3x = 123$$
$$x = \frac{123}{3}$$
$$x = 41$$

4. Réponse au problème

Les trois entiers dont la somme est 126 sont 41 ; 42 et 43.

Applications

a. Trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 451

   Pas de solution 448 / 3 =149,333…

b. Trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 234

   77 ; 78 et 79

c. Trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 667

   Pas de solution 664 / 3 = 221,333…