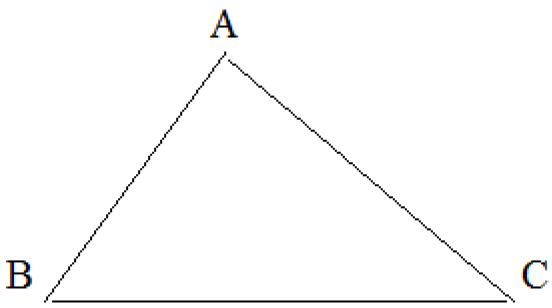
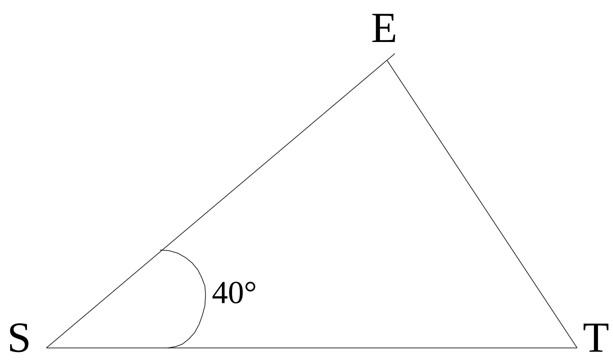
Inégalité triangulaire

I. Construction d'un triangle

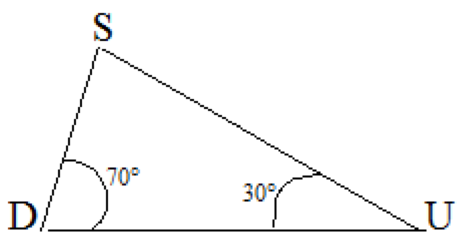
1. Connaissant les longueurs des trois côtés
   Construire le triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 6 cm et AC = 5 cm.



2. Connaissant deux longueurs et une mesure d'angle
   Construire le triangle EST tel que $EST = 40^\circ$; ES = 6cm et ST = 7 cm.



3. Connaissant une longueur et deux mesures d'angles
   Construire le triangle SUD tel que $SUD = 30^\circ$; $SDU = 70^\circ$ et DU = 5 cm.



II. Inégalité triangulaire

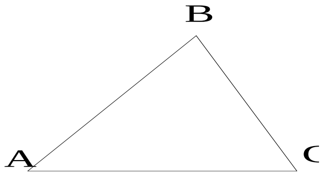
1. Propriété admise : inégalité triangulaire

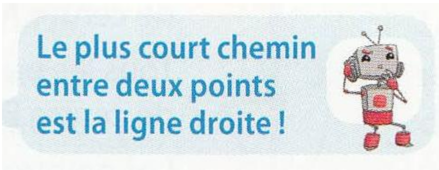
Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés

2. Conséquence

Dans un triangle ABC non aplati, on a les inégalités triangulaires suivantes

$AB \leq AC + CB$
$AC \leq AB + BC$
$BC \leq AC + AB$





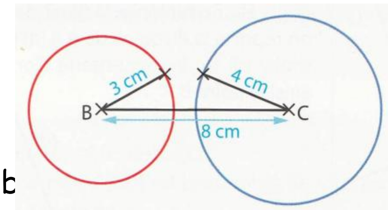
Chaque côté d'un triangle non aplati a une longueur strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

3. Construction

Pour vérifier si l'on peut construire un triangle à partir de trois longueurs données, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.

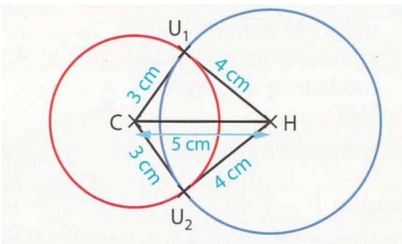
a) Peut-on construire un triangle ABC tel que AB = 3 cm, BC = 8 cm et AC = 4 cm ?

La plus grande longueur est BC
$8 > 3 + 4 = 7$ donc $BC > AB + AC$
Le triangle ABC n'est pas constructible



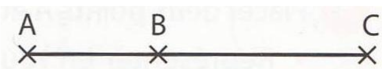
b) Peut-on construire un triangle CHU tel que CH = 5 cm, CU = 3 cm et UH = 4 cm ?

La plus grande longueur est CH
$5 < 3 + 4 = 7$ donc $CH < CU + UH$
Le triangle CHU est constructible



Il existe deux possibilités pour le point U.

III. Egalité triangulaire



Soient A, B et C trois points distincts

- Si $B \in [AC]$ alors $AC = AB + BC$
- Si $AC = AB + BC$ alors $B \in [AC]$: les points A, B, C sont alignés

On dit que **le triangle ABC est aplati**.