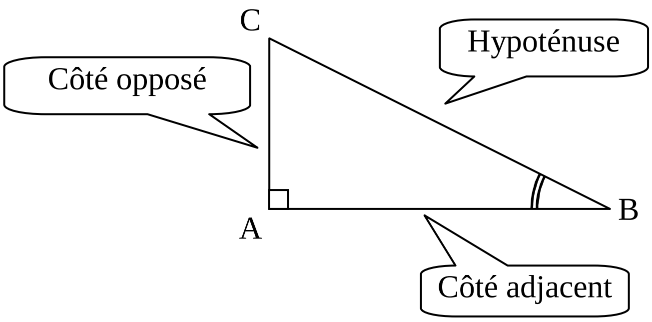
Chapitre 7 : Relations trigonométriques dans un triangle rectangle $3^{ème}$

I) Vocabulaire

Dans le triangle ABC, rectangle en A,

- Le côté [BC] est le côté le plus long, c'est l'hypoténuse du triangle ABC.
- Pour l'angle $\widehat{ABC}$:
  [AB] est le côté adjacent.
  [AC] est le côté opposé.



Remarques : Pour le triangle ABC, rectangle en A, l'angle $\widehat{BCA}$ est l'autre angle aigu du triangle.
Pour l'angle $\widehat{BCA}$, le côté adjacent est le côté [AC] et le côté opposé est le côté [AB].

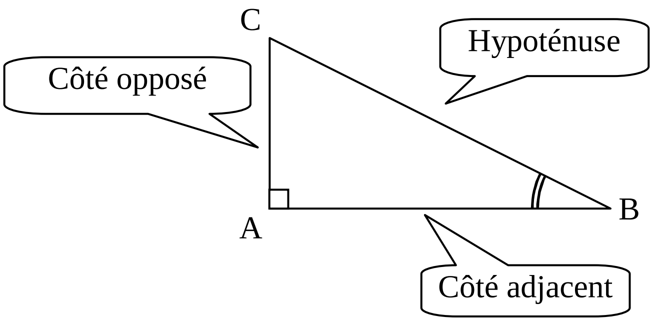
II) Définitions : cosinus ; sinus ; tangente

Soit un triangle ABC rectangle en A.
Le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle aigu $\widehat{ABC}$ sont les nombres, notés respectivement $\cos \widehat{ABC}$, $\sin \widehat{ABC}$ et $\tan \widehat{ABC}$, définis par :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{\textbf{Côte Adjacent}}{\textbf{Hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = = \frac{\textbf{Côte Opposé}}{\textbf{Hypoténuse}}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{\textbf{Côte Opposé}}{\textbf{Côte Adjacent}}$$



Moyen mnémotechnique :
« SOH-CAH-TOA » ou « CAH-SOH-TOA » (« casse-toi ») dont chaque lettre est l'initiale des différents mots des 3 formules.

III) Propriété

Le cosinus et le sinus d'un angle sont des nombres compris entre 0 et 1.

Démonstration (pour le sinus):

[BC] est l'hypoténuse donc BC > AC d'où $\sin\left(A\hat{B}C\right)=\dfrac{AC}{BC}<1$

Comme AC et BC sont deux nombres positifs $\dfrac{AC}{BC}>0$ d'où

$0<\sin\left(A\hat{B}C\right)<1$

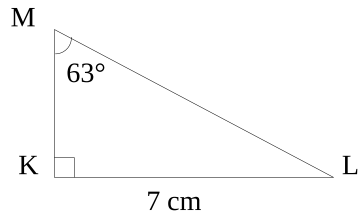
La démonstration est la même pour le cos.

IV) Utilisation de la calculatrice : il faut se mettre en mode degré (deg)

Calcul de tan 36°	Calcul de cos 45°
$\boxed{\text{tan}}$ 36 $\boxed{\text{EXE}}$ 0,72654258…	$\boxed{\text{Cos}}$ 45 $\boxed{\text{EXE}}$ 0,7071067812
tan 36° ≈ 0,73	Cos 45°≈0,71

V) Application : calcul d'une longueur

KLM est un triangle rectangle en K tel que :
$L\hat{M}K = 63°$ et $KL = 7\,cm$.
Calculer LM, donner une valeur arrondie à 1mm près.



Le triangle KLM rectangle en K

$\sin\left(K\hat{M}L\right)=\dfrac{KL}{LM}$ $\quad d'où \quad$ $LM=\dfrac{KL\times 1}{\sin 63°}=\dfrac{7\times 1}{\sin 63°}\approx 7{,}9\,cm$

On tape 7 $\boxed{\div}$ $\boxed{\text{sin}}$ 63 et on obtient LM ≈ 7,9 cm.