

Nombres rationnels : produit et quotient

I. Multiplication de nombres relatifs en écritures fractionnaires

Pour multiplier deux nombres relatifs en écritures fractionnaires, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs entre eux en respectant la règle des signes.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd} \quad (b \neq 0) \quad (d \neq 0)$$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d} = \frac{ac}{d} \quad (d \neq 0)$$

Exemples

$$\frac{-3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{-3 \times 1}{4 \times 5} = -\frac{3}{20}$$

$$\frac{-4}{5} \times \frac{-7}{-9} = \frac{-4 \times (-7)}{5 \times (-9)} = \frac{28}{-45} = -\frac{28}{45}$$

Attention ! : $-3 \times \frac{-5}{2} = \frac{-3 \times (-5)}{2} = \frac{15}{2}$

Si possible, on simplifie les calculs avant d'effectuer le produit

$$\frac{14}{45} \times \frac{-25}{7} = \frac{14 \times (-25)}{45 \times 7} = -\frac{7 \times 2 \times 5 \times 5}{9 \times 5 \times 7} = -\frac{10}{9}$$

II. Inverse d'un nombre non nul

Deux nombres relatifs sont inverses lorsque leur produit est égal à 1.

Exemples :

$$2 \times 0,5 = 1 \text{ donc } 2 \text{ et } 0,5 \text{ sont inverses}$$

$$10 \times 0,1 = 1 \text{ donc } 10 \text{ et } 0,1 \text{ sont inverses}$$

Remarque :

Il n'existe aucun nombre qui multiplié par 0 donne 1. 0 n'a donc pas d'inverse.

2. Propriétés

Si a et b sont deux nombres non nuls : L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

En effet :

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ab} = 1$$

Exemples

Nombre	Inverse
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{1}$
$-\frac{3}{5}$	$-\frac{5}{3}$
$\frac{2,1}{4}$	$\frac{4}{2,1} = \frac{40}{21}$

L'inverse de x non nul est $\frac{1}{x}$. On note x^{-1}

Exemple :

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$.

L'inverse de -5 est $\frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$

III. Division

a) Introduction

$\frac{4}{5}$ c'est $4 \div 5$. $\frac{4}{5} = 4 \times \frac{1}{5} = 4 \times \text{inverse de } 5$

donc diviser par 5, c'est multiplier par l'inverse de 5

b) Règle

Diviser un nombre par un nombre relatif non nul revient à multiplier ce nombre par son inverse.

a, b, c et d étant quatre nombres relatifs avec b, c et d non nuls

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad b \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

c) Exemple

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$