

Nombres relatifs : toutes les opérations

I. Rappels : Addition et soustraction des nombres relatifs

1. Notations

Nombre	Signe	Partie numérique
+5	+	5
-1,23	-	1,23
45,2	+	45,2

2. Addition de nombres relatifs

a) Nombres de même signe

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

- On prend le signe commun aux deux nombres,
- On additionne les parties numériques.

$$(+5) + 7 = 12 \quad -5 + (-4,2) = -9,2$$

b) Nombres de signes contraires

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :

- On prend le signe du nombre qui a la plus grande partie numérique,
- On fait la différence des parties numériques.

$$-5 + 8 = 3 \quad 13,2 + (-3,7) = 9,5 \quad 12 + (-23,1) = -11,1$$

3. Soustraction de nombres relatifs

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé

$$4 - (-5) = 4 + 5 = 9 \quad -3 - (-8) = -3 + 8 = 5 \quad -12,1 - (-5) = -12,1 + 5 = -7,1$$

4. Simplification d'écritures ; sommes algébriques

a) On peut simplifier les écritures selon les règles de signes suivantes :

- On transforme les soustractions en additions
- On supprime les signes d'addition et les parenthèses
- Si le premier terme est positif, on supprime son signe

Exemple : $3 - (-7) + (-5) - (+2) = 3 + 7 - 5 - 2 = 10 - 7 = 3$.

$+$	$(+)$	donne $+$	$+$	$(-)$	donne $-$	$-$	$(-)$	donne $+$	$-$	$(+)$	donne $-$
-----	-------	-----------	-----	-------	-----------	-----	-------	-----------	-----	-------	-----------

b) Somme algébrique.

Une somme algébrique est une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs.

Exemples :

- $7 - 8 + 3 - 2,5 + 10 - 15,5 =$
 $7 + 3 + 10 - 8 - 2,5 - 15,5 = 20 - 26 = -6$
- Simplifier puis calculer.

$$\begin{aligned}10 - 3,5 + 8 - (-4,5) - 9 + (-7,5) - 8 &= \\10 - 3,5 + 4,5 - 9 - 7,5 &= \\10 + 4,5 - 3,5 - 9 - 7,5 &= \\14,5 - 20 &= -5,5\end{aligned}$$

c) Sommes algébriques et priorité

On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

$$\begin{array}{ll} -7 + (6 - 9) - (8 - 6) = & 10 - [-7 + (7 - 9) + 5] = \\ -7 + (-3) - (-2) = & 10 - [-7 + (-2) + 5] = \\ -7 - 3 + 2 = -10 + 2 = -8 & 10 - [-9 + 5] = \\ & 10 - (-4) = 10 + 4 = 14 \end{array}$$

II. Multiplication et division de nombres relatifs

1. Multiplication de deux nombres relatifs

$$\begin{array}{lll} 7 \times 2,1 = 14,7 & -6 \times (-11) = 66 & \text{même signe} \\ 3 \times (-8) = -24 & -1,25 \times 10 = -12,5 & \text{signe contraire} \end{array}$$

Pour multiplier deux nombres relatifs :

- On multiplie les parties numériques.
- On applique la règle des signes :
 - ✕ Le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif.
 - ✕ Le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Remarque : Le carré d'un nombre relatif est toujours positif.

$$8 \times 8 = 8^2 = 64 \quad (-5) \times (-5) = (-5)^2 = 25 \quad (-0,3) \times (-0,3) = (-0,3)^2 = 0,09$$

2. Signe d'un produit de plusieurs facteurs

a) Exemple

$$\begin{array}{ll} 7 \times (-2) \times (-5) = 70 & \text{signe +} \\ (-6) \times (-2) \times 8 \times (-0,5) = -48 & \text{signe -} \\ 4 \times (-5) \times 3 \times 2 \times (-6) \times 8 = 5760 & \text{signe +} \end{array}$$

b) Règle

Si dans un produit, il y a un nombre pair de facteurs négatifs, alors le résultat est positif.

Si dans un produit, il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors le résultat est négatif.

$$-2 \times 3 \times (-12,6) \times (-1,5) = -113,4 \qquad (-3) \times (-2) \times (-6) \times (-17,3) = 622,8$$

c) Application

$$A = 10 \times 5,2 \times (-4) \times (-2,5) \times (-0,1)$$

On cherche le signe du produit, 3 facteurs négatifs donc $A < 0$

$$A = - (10 \times 5,2 \times 4 \times 2,5 \times 0,1) = - (10 \times 5,2 \times 10 \times 0,1) = - 52$$

3. Division de deux nombres relatifs

a) Quotient de deux nombres relatifs

a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b , noté $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$ est le nombre qui multiplié par b donne a .

Exemple :

$(-27) \div 3$ est le nombre qui multiplié par 3 donne -27.

On a : $(-9) \times 3 = -27$; donc $(-27) \div 3 = -9$

b) Règle

Pour diviser deux nombres relatifs, on divise les parties numériques et on applique la règle des signes suivante :

- Le quotient de 2 nombres de même signe est positif.
- Le quotient de 2 nombres de signes contraires est négatif.

Exemples

Nombres relatifs de même signe	Nombres relatifs signes contraires
$3,6 \div 6 = 0,6$ $\frac{3,6}{6} = 0,6$	$(-63) \div 7 = -9$ $\frac{-63}{7} = 9$
$(-12) \div (-4) = 3$ $\frac{-12}{-4} = 3$	$10 \div (-2) = -5$ $\frac{10}{-2} = -5$
 Parenthèses facultatives	 Parenthèses obligatoires

c) Remarque

$$\frac{-4}{-2} = \frac{4}{2} = 2 \qquad \frac{15}{-3} = \frac{-15}{3} = -5$$

4. Application

Les priorités de calcul pour les nombres positifs restent valables pour les nombres relatifs.

- On effectue les calculs entre parenthèses
- En l'absence de parenthèses, on effectue les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.
- Quand des opérations ont le même niveau de priorité, on les effectue de gauche à droite.

$$A = 4 + [-12 + (-5) \times (-2)] \div (-2)$$

$$A = 4 + [-12 + 10] \div (-2)$$

$$A = 4 + [-2] \div (-2)$$

$$A = 4 + 1 = 5$$

$$B = 20 \div 10 \div 2 \times 5 = 2 \div 2 \times 5 = 1 \times 5 = 5$$