

Proportionnalité

I. Reconnaître une situation de proportionnalité

1. Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité

2. Méthode

Il y a proportionnalité quand on obtient les termes de la deuxième ligne en multipliant ceux de la première ligne par un même nombre.

Ce nombre s'appelle le coefficient de proportionnalité.

4	9	12
6	13,5	18

Diagram showing a multiplier box containing $\times 1,5$ with arrows pointing from the first row to the second row.

Tous les quotients sont égaux à 1,5
donc ceci est une situation de proportionnalité et le nombre 1,5 est le coefficient de proportionnalité

10	15	22
6	9	16,5

Diagram showing a multiplier box containing \times with arrows pointing from the first row to the second row.

$$\frac{6}{10} = 0,6 \quad \frac{9}{15} = 0,6 \quad \frac{16,5}{22} = 0,75$$

Un quotient n'est pas égal aux autres, donc la situation n'est pas proportionnelle.

II. Proportionnalité et produits en croix

1. Propriété

Dans un tableau de proportionnalité les produits en croix sont égaux.

Si :

a	c
b	d

 est un tableau de proportionnalité alors $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ donc $ad = bc$

2. Calculer une 4^{ième} proportionnelle

a) Définition

La valeur de x qui permet au tableau ci-dessous d'être un tableau de proportionnalité s'appelle la 4^{ième} proportionnelle.

60	90
42	x

b) Exemple : Une voiture consomme 18 litres d'essence pour faire 250 km.

b1) Quelle consommation peut-on prévoir pour 400 km.

Distance (km)	250	400	$250 \times ? = 18 \times 400$ $? = \frac{400 \times 18}{250} = 28,8$
Capacité (L)	18	?	

Pour 400 km il faut prévoir une consommation de 28,8 l

b2) Avec 45 litres d'essence, combien de km peut-on faire ?

Distance (km)	250	?	$250 \times 45 = 18 \times ?$ $? = \frac{45 \times 250}{18} = 625$
Capacité (L)	18	45	

Avec 45 l on peut faire 625 km

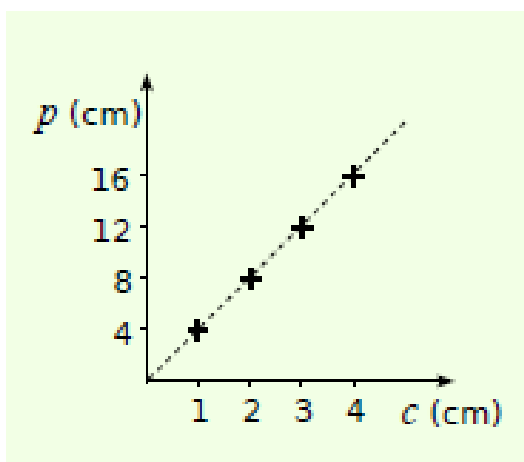
3. Représentation graphique

Il y a proportionnalité sur un graphique quand tous les points sont alignés avec l'origine.

On choisit des valeurs pour le côté c .
On calcule les valeurs correspondantes du périmètre p .

côté c (en cm)	1	2	3	4
périmètre p (en cm)	4	8	12	16

(x4)



III. Pourcentage

1) Appliquer un pourcentage

a) Propriété

Pour appliquer un pourcentage a %, on multiplie par la fraction $\frac{a}{100}$

b) Exemples

5 % des habitants d'une ville de 225 000 habitants vont au cinéma une fois par semaine.

5 % de 225 000 représentent $\frac{5}{100} \times 225\ 000 = 11\ 250$ personnes.

11 250 habitants de la ville vont donc au cinéma une fois par semaine.

2) Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage revient à calculer **une quatrième proportionnelle**.

On peut construire un tableau de proportionnalité.

Exemple 1

Sur un prix de 240 €, on fait une remise de 60€.

Quel est le pourcentage de la remise ?

Prix en euros	240	100
Remise en euros	60	t

$$\frac{60}{240} = \frac{t}{100} \quad t = \frac{60 \times 100}{240} = 25$$

La remise représente 25 % du initial.

Exemple 2

Dans le collège Archimède, il y a 560 élèves et 168 étudient l'italien. Quel est le pourcentage d'élèves étudiant l'italien ?

168	x	$\times \frac{560}{168}$
560	100	

Le pourcentage d'élèves étudiant l'italien est :

$$\frac{168}{560} \times 100 = 30 \%$$

Calculer le pourcentage revient à calculer le nombre d'élèves, sur 100 élèves, qui étudient l'italien.



IV. Echelle

1) Définition

- Si un plan est à l'échelle $\frac{3}{500000}$, cela signifie que **3** unités de longueur sur le plan représente 500 000 unités dans la réalité.
- Si un schéma est à l'échelle $4 = \frac{4}{1}$, cela signifie que **4** unités de longueur sur le schéma représente 1 unité dans la réalité.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

avec la distance sur le plan et la distance réelle dans la même unité

Il y a proportionnalité entre la distance sur le plan et la distance réelle.

2) Exemple

Le plan est à l'échelle $\frac{3}{500000}$.

Cela signifie que 3cm sur la carte représentent 500 000cm en réalité c'est-à-dire 5km

La distance réelle entre la ville A et la ville B est de 10 km.

Quelle est la distance en cm sur la carte ?

La distance sur la carte entre la ville C et D est de 2 cm.

Quelle est la distance réelle en km?

On peut faire un tableau de proportionnalité :

Distance réelle en km	5	10	3,33
Distance sur la carte en cm	3	6	2

$$\frac{3 \times 10}{5} = 6$$

$$\frac{10 \times 2}{6} = \frac{20}{6} = 3,333...$$

La distance sur la carte entre les villes A et B est de **6 cm**

La distance réelles entre les villes C et D est **3,33 km**

3) Détermination d'une échelle

Calculer une échelle revient à calculer le coefficient de proportionnalité.

Distance réelle en cm	20
Distance sur la carte en cm	4

$$\text{Echelle} = \frac{4 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

- Remarque : L'échelle est un coefficient qui relie deux grandeurs de même nature (ici les longueurs), donc qui s'exprime sans unités.
- Agrandissement et réduction

Si l'échelle est un nombre inférieur à 1, on a une **réduction** (carte; maquette)

Si l'échelle est un nombre supérieur à 1, on a un **agrandissement** (Schéma en biologie de cellules)