Pyramides, cônes et volumes

I. Les pyramides

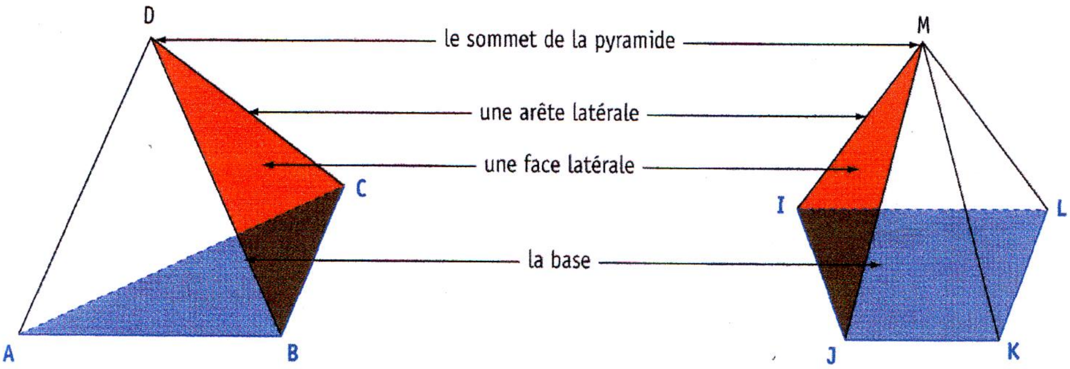
1. Définitions

Une pyramide est un solide dont :

- une des faces est un polygone appelé base.
- les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun.
- Ces faces sont appelées faces latérales.
- Ce sommet commun est le sommet de la pyramide.

Exemples

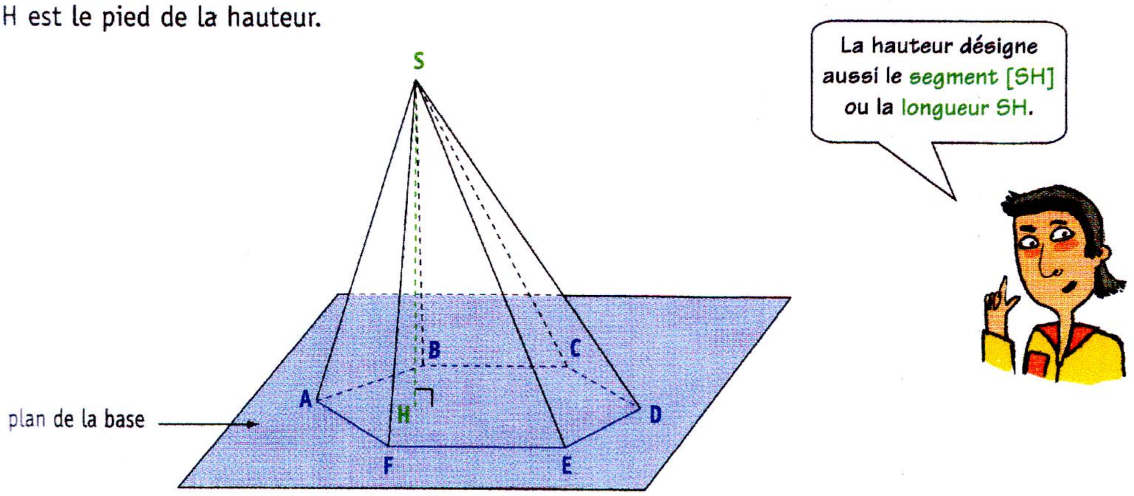
- ABCD est une pyramide de base le **triangle ABC** et de sommet D. Les faces latérales sont les triangles BCD, ACD et ABD.
- IJKLM est une pyramide de base le **trapèze IJKL** et de sommet M. Les faces latérales sont les triangles ILM,JKM, KLM et IJM.



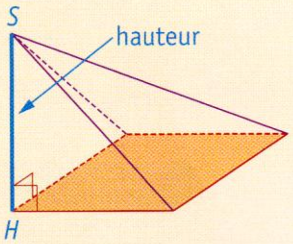
La hauteur d'une pyramide est la droite qui passe par le sommet de la pyramide et qui est perpendiculaire au plan de la base.

Exemple

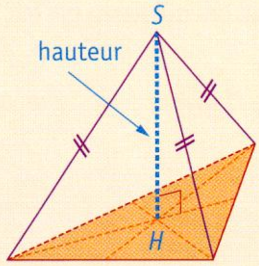
- ABCDEFS est une pyramide de base **l'hexagone ABCDEF** et de sommet S.
(SH) est la hauteur de cette pyramide.
H est le pied de la hauteur.



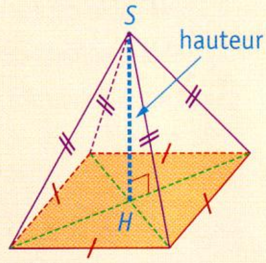
2. Cas particuliers de pyramides



Pyramide dont une arête est la hauteur :
H est un sommet de la base.



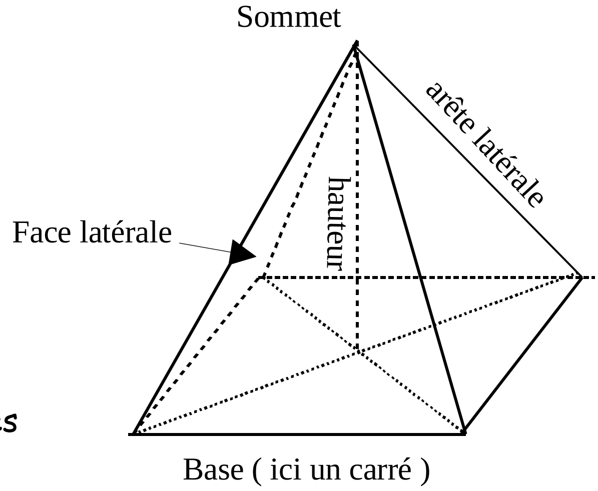
Pyramide régulière à base triangulaire :
- la base est un triangle équilatéral ;
- *H* est le point d'intersection des médiatrices de ce triangle.



Pyramide régulière à base carrée :
- la base est un carré ;
- *H* est le centre de ce carré.

Une pyramide est dite régulière lorsque :

- la base est un polygone régulier.
- La hauteur issue du sommet, passe par le centre du polygone régulier.



Remarque :

Les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

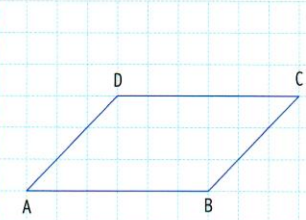
3. Représentation en perspective cavalière

Méthode M1 **Représenter une pyramide en perspective cavalière**

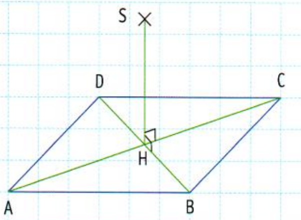
- On dessine d'abord la base. Les côtés parallèles sont représentés par des segments parallèles. Les côtés vus de face sont tracés en vraie grandeur ①.
- On trace la hauteur verticale et en vraie grandeur. Sans consigne, on choisit la place du sommet ②.
- On achève la construction en traçant les arêtes latérales et en mettant en pointillés les parties cachées ③.

Exemple

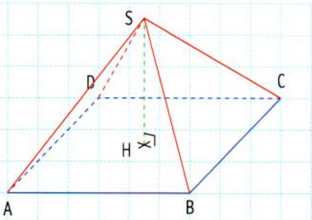
- Représentation en perspective cavalière d'une pyramide régulière à base ABCDS carrée telle que AB = 3 cm et la hauteur SH mesure 2 cm.



① On dessine d'abord la base carrée. Les côtés [AB] et [CD] vus de face sont dessinés en vraie grandeur.



② La pyramide est régulière donc on détermine le centre H du carré, puis on trace la hauteur [SH] verticale et en vraie grandeur.

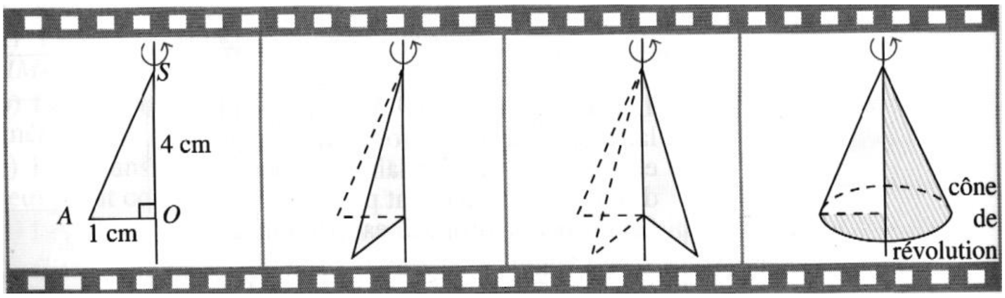


③ On trace les arêtes latérales et on met en pointillés les arêtes cachées. On gomme les diagonales du carré.

II. Les cônes de révolution

1. Définition

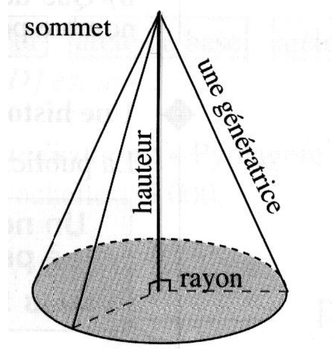
Un cône de révolution est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.



Un cône de révolution est formé :
- d'un disque appelé base
- d'une surface courbe appelée face latérale
- d'un point appelé sommet du cône

La hauteur d'un cône de révolution est le segment joignant son sommet au centre de la base.
On appelle aussi hauteur la longueur de ce segment.

Cône de révolution



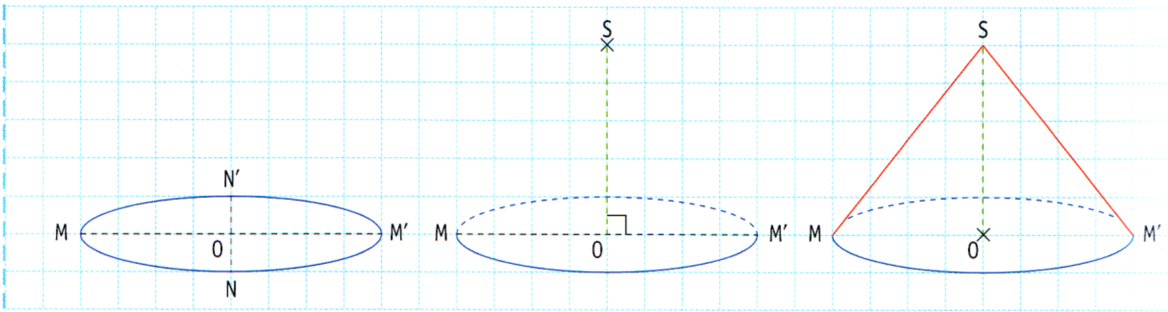
2. Représentation en perspective cavalière

Méthode M2 Représenter un cône de révolution en perspective cavalière

- On représente d'abord le disque de base en perspective par un ovale : le diamètre [MM'] vu de face est dessiné en vraie grandeur, le diamètre [NN'] vu de côté est plus petit ①.
- On trace la hauteur [OS] verticale et en vraie grandeur ②.
- On achève la construction en traçant les deux génératrices [SM] et [SM'] et en mettant en pointillés les parties cachées ③.

Exemple

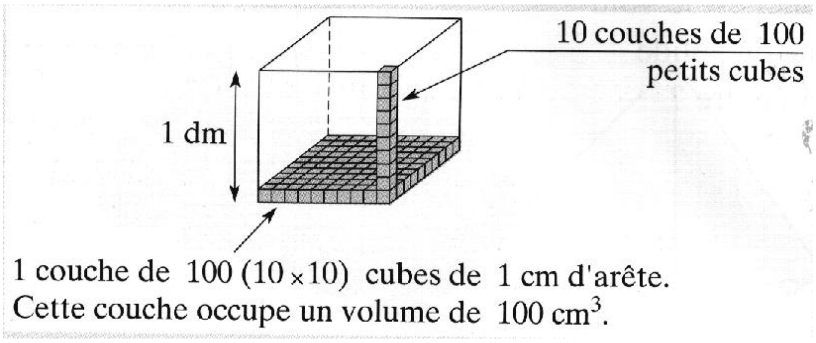
- Représentation en perspective cavalière d'un cône de révolution dont le rayon de la base est 2 cm et la hauteur 2,5 cm.



① On dessine d'abord le disque de base. Le diamètre [MM'] vu de face et dessiné en vraie grandeur.	② Le sommet S est à la verticale du point O. La hauteur [OS] est tracée en vraie grandeur.	③ On trace les génératrices [SM] et [SM'] vues de face et on met en pointillés les parties cachées.

III. Rappels sur les unités de volume ; conversions

Le volume d'un cube de 1 dm d'arête est 1 dm^3



$1dm^3 = 1000cm^3$ $\quad\quad$ $1L = 1dm^3$

			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			
										5	3	0	0	0	0	0	0			
														0	7	5	0			
														0	0	9	0			
								0	0	0	4	6	0	0	0	0	0			
											0	0	0	0	2	5	0	0	0	0

Convertir :
$53m^3 = 53\,000\ dm^3 = 53\,000\,000\ cm^3$
$0.75l = 75\ cl = 750\ ml$
$0,09\,dm^3 = 9\ cl = 90\ ml$
$4,6m^3 = 0,0046\ dam^3 = 4\,600\,000\ cm^3$
$250cm^3 = 0,00025\,m^3 = 250\,000\ mm^3$

IV. Formules de volumes

Le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution se calcule à l'aide de la formule :

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\times(\ Aire\quad de\quad la\quad base\ )\times(\ hauteur\ )}$$

Exemple 1 : Un cône de révolution de 4 cm de haut a un rayon de base de 1,5 cm.

$$V = \frac{1}{3}\times(\pi\times 1,5^2)\times 4 = \frac{1,5^2\times 4\times\pi}{3} = 3\pi.$$

Le volume de ce cône est 3π cm³. L'arrondi au dixième de ce volume est 9,4 cm³.

Exemple 2 : Une pyramide de hauteur 6 cm a pour base un rectangle de 3 cm sur 5 cm.

$$\mathcal{B} = 3\text{ cm}\times 5\text{ cm} = 15\text{ cm}^2\ ; \quad V = \frac{1}{3}\times 6\text{ cm}\times 15\text{ cm}^2 = 30\text{ cm}^3.$$

Le volume de cette pyramide est 30 cm³.