

Triangles égaux, triangles semblables

I. Triangles égaux

1) Triangles superposables

Deux triangles sont **superposables** lorsqu'on peut les faire **coïncider par glissement** ou **par glissement suivi d'un retournement**



2) Définition

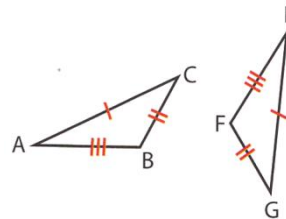
Deux triangles sont **égaux** lorsque leurs **côtés** sont deux à deux de même longueur.

Remarque

Deux triangles égaux sont superposables

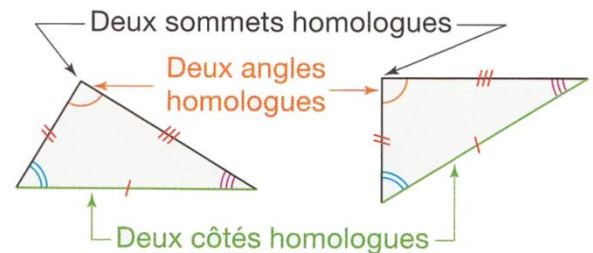
Exemple

Les triangles ABC et EFG sont égaux car $AB = EF$, $AC = EG$ et $CB = FG$



3) Vocabulaire

Lorsque deux triangles sont égaux, deux **angles superposables** sont dits **angles homologues** ainsi que **leurs sommets**, deux **côtés superposables** sont dit également **côtés homologues**

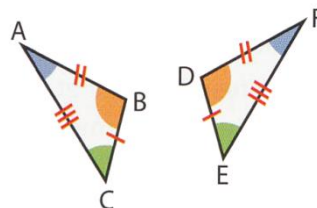


4) Propriété

Si deux triangles sont égaux alors leurs angles sont deux à deux de même mesure

Exemple

Les triangles ABC et DEF sont égaux donc $\hat{A} = \hat{F}$, $\hat{B} = \hat{D}$ et $\hat{C} = \hat{E}$



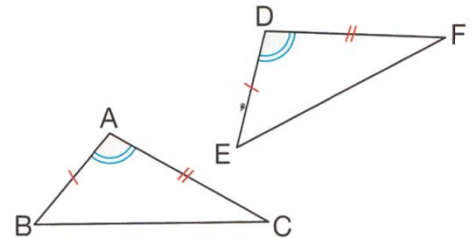
5) Cas d'égalité de triangles

a) Propriété 1

Si deux triangles ont, **deux à deux**, un angles de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux

Exemple

Comme $AB = DE$, $AC = DF$ et $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$
on peut conclure que les triangles ABC et DEF sont égaux

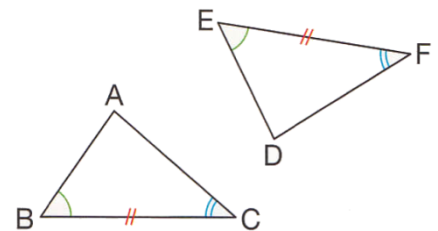


b) Propriété 2

Si deux triangles ont, **deux à deux**, un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux

Exemple

Comme $BC = EF$, $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$
on peut conclure que les triangles ABC et DEF sont égaux



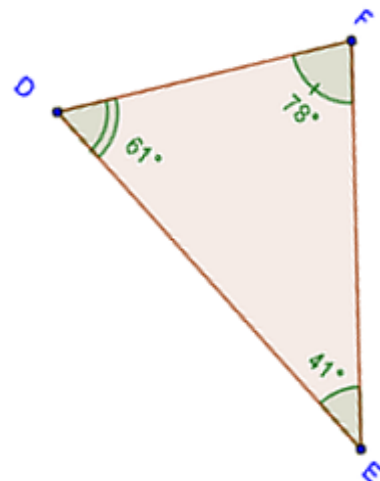
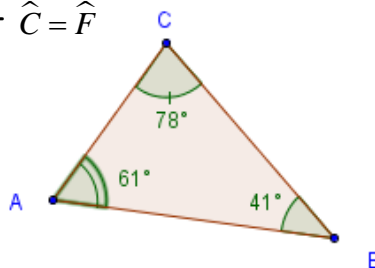
II. Triangles semblables

1) Définition

Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Exemple

Les triangles ABC et DEF sont semblables car $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$ et $\widehat{C} = \widehat{F}$



Remarques

- Si deux triangles sont égaux alors ils sont semblables.
- Par contre, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

2) Méthode

Pour démontrer que deux triangles sont semblables, il suffit de montrer qu'ils ont deux paires d'angles deux à deux de même mesure

Exemple

Soient ABC et DEF deux triangles tels que : $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$
comme $\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B}$ et $\widehat{F} = 180^\circ - \widehat{D} - \widehat{E}$ alors $\widehat{C} = \widehat{F}$
Tous les angles sont deux à deux de même mesure,
donc les triangles sont semblables.

3) Propriété 1

Si deux triangles ABC et DEF sont semblables,
alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles.

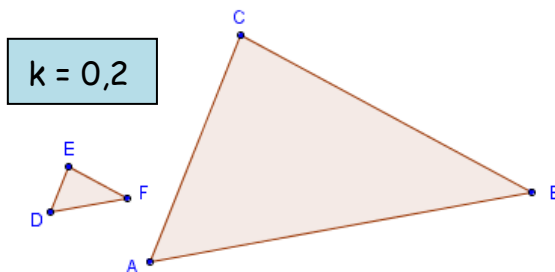
Longueurs du triangle ABC	AB	AC	BC
Longueurs du triangle DEF	DE	DF	EF

$\times k$

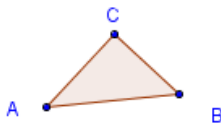
k est le coefficient de proportionnalité

On peut écrire l'égalité des rapports suivants : $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} = k$

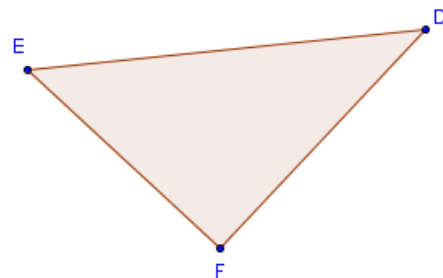
- Si $k < 1$ alors DEF est une réduction de ABC de rapport k



- Si $k > 1$ alors DEF est un agrandissement de ABC de rapport k



$k = 3$



4) Propriété 2

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles
alors ces triangles sont semblables